

LV LIETUVOS MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Pasvalys, 2006 04 11

IX -X klasės

1. Įrodykite, kad $n^2 + 2n + 12$ nesidalina iš 121, jei n yra sveikasis skaičius.
2. Lygiašoniame trikampyje ABC , kuriame $AB = BC$, nubrėžta pusiakampinė AD . Duota, kad $AC = AD + DB$. Rasti trikampio ABC kampus.
3. Kiek yra natūraliųjų skaičių a, b, c trejetų (a, b, c) , su kuriais teisinga lygybė $a^2 + 3b^2 = c^3$, jei
 - A) tarp skaičių a, b, c gali būti lygių?
 - B) iš skaičių a, b, c jokie du nėra lygūs?
4. Iš skaičių 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 išmetant kelis, sudaromas toks rinkinys A , kad visos galimos jo dviejų skaičių sumos būtų skirtingos. Kiek daugiausia skaičių gali būti rinkinyje A ?

LV LIETUVOS MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Pasvalys, 2006 04 11

XI -XII klasės

1. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} x^4 + y^2 - xy^3 - 9/8x = 0, \\ y^4 + x^2 - x^3y - 9/8y = 0. \end{cases}$$

2. Du apskritimai liečia vienas kitą iš išorės taške B . Per vieno apskritimo tašką A išvesta liestinė kerta kitą apskritimą taškuose C ir D . Įrodykite, kad taškas A vienodai nutolęs nuo tiesių BC ir BD .
3. Visi trys skaičiai a, b, c skirtingi ir nelygūs 0, $a + b + c = 0$. Įrodykite, kad

$$\left(\frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} + \frac{a-b}{c}\right)\left(\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b}\right) = 9$$

4. Iš skaičių 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 išmetant kelis, sudaromas toks rinkinys A , kad visos galimos jo dviejų skaičių sumos būtų skirtingos. Kiek daugiausia skaičių gali būti rinkinyje A ?