

**ALYTAUS APSKRITIES JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ
TRYLIKTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

**Lazdijai, 2008 m. gruodžio mėn. 5 d.
Uždavinių sprendimo trukmė – 2 val.**

UŽDAVINIAI

1. Nuėjęs $\frac{3}{8}$ tilto pėstysis už savęs išgirdo automobilio signalą. Jeigu jis bėgtų pirmyn, tai automobilis jį pavytų tilto gale, o jeigu bėgtų atgal, tai jie susitiktų tilto pradžioje. Koks pėsčiojo bėgimo greitis (km/h), jeigu automobilio greitis 60 km/h?
2. Šachmatų didmeistris vienu metu žaidė daug partijų. Per pirmąsias dvi valandas jis laimėjo 10 % visų žaistų partijų, o 8 partijas sužaidė lygiosiomis. Per kitas dvi valandas jis laimėjo 10 % likusių partijų, 2 pralaimėjo, o paskutines 7 baigė lygiosiomis. Kiek partijų žaidė didmeistris?
3. Dešimtyje kortelių surašyti (po vieną) skaitmenys 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Korteles reikia sudėlioti po dvi taip, kad gautų dviženklį skaičių santykis būtų 2:3:4:5:10.
4. Tarp penkiaženklį skaičių su skirtingais skaitmenimis raskite mažiausią, kuris dalijasi iš 71.
5. Tūkstančio skirtingų natūraliųjų skaičių suma lygi 1 000 998. Įrodykite, kad tarp šių skaičių yra bent du nelyginiai skaičiai.
6. Raskite nors vieną natūralųjį skaičių a , su kuriuo skaičius
$$a^2 + a + 2009$$
yra natūraliojo skaičiaus kvadratas.
7. Raskite visas natūraliųjų skaičių x ir y poras $(x; y)$, su kuriomis galioja lygybė
$$3x^2 + 5y^2 = 345.$$
8. Įrodykite, kad teigiami skaičiai x ir y tenkina nelygybę $x^2 + y^2 < 1$, kai $x^3 + y^3 = x - y$.
9. Raskite reiškinių $|\cos^2 x - 4 \sin x - 9|$ mažiausią reikšmę, kai x kinta intervale $[0; 2\pi]$.
10. Trapecijos šoninių kraštinių ilgių lygūs 24 ir 10, o kampų prie ilgesniojo pagrindo suma lygi 90° . Raskite atstumą tarp šios trapecijos pagrindų vidurio taškų.