

**ALYTAUS APSKRITIES XVIII KOMANDINĖ MATEMATIKOS
OLIMPIADA
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Lazdijai, 2014 m. gruodžio 6 d.

UŽDAVINIAI

1. Matematikos konkurse dalyvavo 108 mokiniai. Jiems buvo išdalinta 480 popieriaus lapų. Kiekviena mergaitė gavo vienu lapu daugiau negu kiekvienas berniukas, o visos mergaitės gavo tiek pat lapų, kiek ir visi berniukai. Kiek mergaičių ir kiek berniukų dalyvavo matematikos konkurse?
2. Kiškis pastebėjo vilką, kai jis nuo vilko buvo nutolęs 77 šuolių atstumu. Vilkas pradėjo vyti kiškį. Žinoma, kad per tą patį laiką kiškis padaro 13 šuolių, o vilkas – 9 šuolius; be to, 3 vilko šuoliai lygūs 8 kiškio šuoliams. Po kelių šuolių vilkas pavys kiškį?
3. Raskite du triženklus skaičius, kurių suma dalijasi iš 504, o jų dalmuo dalijasi iš 6.
4. Teigiami realieji skaičiai a ir b tenkina nelygybę $a + b + 1 = 3ab$. Įrodykite, kad $a \cdot b \geq 1$.
5. Kvadratinio trinario $f(x) = ax^2 + bx + c$ koeficientai a , b ir c yra sveikieji skaičiai; be to, c yra nelyginis skaičius. Šio kvadratinio trinario šaknys yra sveikieji skaičiai. Nustatykite, ar $f(2015)$ gali būti nelyginis skaičius.
6. Tiesės $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$ ir $y = k_3x + b_3$ yra parabolės $y = x^2$ liestinės. Įrodykite, kad $b_3 \geq 2(b_1 + b_2)$, jeigu $k_3 = k_1 + k_2$.
7. Žinoma, kad $y \neq 0$, $|y| \neq 1$ ir $x_1 = \frac{y-1}{y+1}$, $x_2 = \frac{x_1-1}{x_1+1}$, $x_3 = \frac{x_2-1}{x_2+1}$, ...
Raskite y , jei $x_{2014} = 3$.
8. Išspręskite lygtį
$$x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6 = 0.$$
9. Išspręskite lygčių sistemą
$$\begin{cases} \frac{3xy}{x+y} = 8, \\ \frac{5yz}{y+z} = 12, \\ \frac{7zx}{z+x} = 24. \end{cases}$$
10. Lygiašonio trikampio pusiaukampinė, nubrėžta iš viršūnės, yra perpus trumpesnė už kampo prie pagrindo pusiaukampinę. Apskaičiuokite trikampio kampus.