



PASVALIO KRAŠTO
18-OJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA
PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO
TAUREI LAIMĖTI

Pasvalys, 2016 m. lapkričio 25 d.

UŽDAVINIAI
jaunesniųjų klasių mokiniams

- Visi skaičiai nuo 1 iki n surašyti į eilę ir tarp jų sudėti + arba – ženklai. Atlikus veiksmus, gaunamas skaičius n . Ar n gali būti lygus:
 - 2016?
 - 2015?
- Iš kokio triženklio skaičiaus atėmus jo skaitmenų kubų sumą gaunamas didžiausias skaičius.
- 1000-kampio viršūnės sunumeruotos numeriais nuo 1 iki 1000. Pradėdami nuo 1, pažymėkime kas 15-ą viršūnę, t. y. 1, 16 ir t. t. viršūnes. Praėję vieną ratą, tęskime žymėjimą tol, kol prieisime jau pažymėtą viršūnę. Kiek viršūnių liks nepažymėta?
- Du laivai stovinčiame vandenyje plaukia vienodu greičiu. Kuris laivas greičiau nuplauks to paties ilgio atkarpą pirmyn ir atgal: ar upėje su greitesne, ar upėje su lėtesne srove?
- Įrodykite, kad lygtis
$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 14x + 24 = 0$$
neturi sprendinių.
- Konkurse dalyvavo 5 žmonės. Į kiekvieną iš pateiktų klausimų vienas davė neteisingą atsakymą, o kiti teisingą. Algis pateikė mažiausiai teisingų atsakymų – 10, o Benis daugiausiai – 13. Kiek klausimų buvo užduota?
- Keliais būdais 8×8 šachmatų lentoje įmanoma taip pažymėti vieną baltą ir vieną juodą langelį, kad jie nebūtų vienoje eilutėje arba stulpelyje?
- Natūralieji skaičiai a ir b pasižymi savybe: kiekvienas iš dešimties skaitmenų sutinkamas lygiai viename iš šių dviejų skaičių. Raskite mažiausią galimą $|a - b|$ reikšmę.
- Trikampio ABC kraštinėje AB yra taškas K , atkarpoje KB – taškas L , atkarpoje CB – taškas M . Trikampiai AKC , LKC , LMC ir LMB yra lygūs. Raskite trikampio ABC kampus.
- Taškas L yra trikampio ABC kraštinėje BC , o M – kraštinėje AC . Atkarpa AL yra trikampio ABC pusiaukampinė, o atkarpa LM – trikampio ALC pusiaukampinė. Be to, $AM = ML$ ir $\frac{BC}{AC} = \sqrt{3}$. Raskite trikampio ABC kampus.



PASVALIO KRAŠTO
18-OJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA
PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO
TAUREI LAIMĖTI

Pasvalys, 2016 m. lapkričio 25 d.

UŽDAVINIAI
vyresniųjų klasių mokiniam

1. Ant automobilio priekinių ratų uždėtos padangos nusidėvi nuvažiavus 30 000 km, o uždėtos ant užpakalinių ratų jos nusidėvi nuvažiavus 50 000 km. Kiek kilometrų nuvažiavus reikia sukeisti vietomis užpakalines ir priekines padangas, kad automobilis nuvažiuotų kuo toliau?
2. Natūraliojo skaičiaus n faktorialas (žym. $n!$) yra sandauga $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Kurį dauginamąjį reikia išbraukti iš sandaugos $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 20!$, kad likusi sandauga būtų natūraliojo skaičiaus kvadratas?
3. Algis ir Benas atliko po penkis šūvius į taikinį. Per pirmus tris šūvius jie surinko po vienodai taškų, o per paskutinius tris šūvius Algis surinko tris kartus daugiau taškų. Taikinyje buvo išmušti 10, 9, 9, 8, 8, 5, 4, 4, 3, 2 taškai. Kiek taškų išmušė kiekvienas šaulys trečiu šūviu?
4. Išspręskite nelygybę $\sqrt{2x^2 - 8x + 6} + \sqrt{4x - x^2 - 3} < x - 1$.
5. Išspręskite lygčių sistemą
$$\begin{cases} ||x| - |y|| + |x| + |y| = 2, \\ 2y = |2x - 1| - 3. \end{cases}$$
6. Pirmas natūraliojo skaičiaus n skaitmuo yra 1. Jei tą vienetą perkeltume į skaičiaus galą, skaičius patrigubėtų. Raskite mažiausią tokį n .
7. Raskite $\frac{a^2}{b+c+d} + \frac{b^2}{c+d+a} + \frac{c^2}{d+a+b} + \frac{d^2}{a+b+c}$,
jei $\frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{c+d+a} + \frac{c}{d+a+b} + \frac{d}{a+b+c} = 1$.
8. Raskite visas parametro k reikšmes, kurioms esant lygtis $x^3 + 2x^2 - k^2x - 2k^2 = 0$ turi tris skirtingus realiuosius sprendinius, sudarančius aritmetinę progresiją.
9. Iškiliojo keturkampio $ABCD$ kampas BAD lygus 60° . Taškai A_1 ir A_2 yra simetriški taškui A tiesių CB ir CD atžvilgiu. Taškai A_1 , A_2 , B ir D yra vienoje tiesėje. Raskite kampą BCD .
10. Į apskritimą įbrėžtas statusis trikampis ABC , $\angle C = 90^\circ$. Ilgesniajame statinyje BC yra taškas D toks, kad $AC = BD$, o taškas E yra lanko AB , kuriame yra taškas C , vidurio taškas. Raskite kampą DEC .