

ANTROJI KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI

RASEINIAI, 2001 metų gruodžio 10 d.

1. Skaičius 12 turi 6 daliklius: 1, 2, 3, 4, 6 ir 12. Raskite patį mažiausią nelyginį teigiamą skaičių, kuris turi tiek pat daliklių kaip ir skaičius 60.
(A) 243 (B) 300 (C) 315 (D) 675 (E) 2001
2. Skaičių 2001 reikia išreikšti keleto iš eilės einančių natūraliųjų skaičių suma. Keliais būdais tai galima padaryti?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4 ir daugiau
3. Iš 160 raseiniškių 100 yra buvęs Ariogaloje, 90 – Tauragėje ir 80 – Jurbarkė. Visuose trijuose miestuose yra buvę 15 žmonių, Ariogaloje ir Tauragėje – 60, Ariogaloje ir Jurbarkė – 50, Jurbarkė ir Tauragėje – 40 raseiniškių. Keli raseiniškiai nėra buvę nei viename iš nurodytųjų miestų?
(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 30 (E) 33
4. Viduklės mylėtojų draugija išleido sąvadą, kuriame abėcėline tvarka (kaip žodyne) yra pateikti visi galimi žodžio VIDUKLĖ raidžių perstatiniai (kėliniai). Kelintoje vietoje tame sąvade yra pati VIDUKLĖ?
(A) 4444 (B) 4580 (C) 4582 (D) 4583 (E) 4994
5. Smailiajame trikampyje ABC išvesta pusiaukraštinė BM ir aukštinė AH . Žinoma, kad $BM = AH$. Raskite kampą MBC .
(A) 30° (B) 35° (C) 40° (D) 45° (E) Nustatyti negalima
6. Skaičius $\sqrt{\sqrt{19} - \sqrt{3 - 8\sqrt{35 - 8\sqrt{19}}}}$ yra lygus
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Nėra sveikasis skaičius
7. Keliais būdais galima perstatyti raides žodyje RASEINIAI, kad žodis RASEINIAI nepasikeistų?
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 20
8. Šiandieną yra 2001 gruodžio 10 d., pirmadienis. Kokia savaitės diena bus po $10^{10} + 10^{(10^2)} + 10^{(10^3)}$ dienų?
(A) Trečiadienis (B) Ketvirtadienis (C) Penktadienis
(D) Šeštadienis (E) Sekmadienis
9. Kiek sprendinių turi lygčių sistema
$$\begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 - xy + y^2 = x^3? \end{cases}$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 10
10. Keturženklis skaičiaus visi skaitmenys skirtingi. Prie jo pridėję iš skirtingų to skaičiaus skaitmenų sudarytą dvizenklį skaičių gauname 2001. Keliais būdais galima tai padaryti?
(A) 1 (B) 2 (C) 313 (D) 4 (E) 5 ir daugiau

**ANTROJI INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI**

RASEINIAI, 2001 metų gruodžio 10 d.

1. Raskite keturženklį skaičių, kuris yra lygus jo dviženklės galūnės kvadratui.
2. Ar galima apskritimu surašyti 4 vienetus, 3 dvejetus ir 3 trejetus taip, kad bet kurių trijų kaimyninių skaičių suma nesidalytų iš 3?
3. Raskite skaičių, kurio pirmasis skaitmuo yra 7 ir kuris sumažėja 3 kartus, tą septynetą perkėlus į skaičiaus galą.
4. Statmuo, išvestas iš stačiojo trikampio stataus kampo viršūnės į įžambinę, yra keturis kartus trumpesnis už ją. Raskite trikampio kampus.

5. Lygtį

$$x^2 + y^2 + z^2 + 10 = xyz$$

sprendžiame natūraliaisiais skaičiais.

- a) Raskite bent vieną jos sprendinį.
- b) Raskite bent septynis lygties sprendinius.
- c) Įrodykite, kad lygtis turi bent 2001 sprendinį.
- d) Ar ši lygtis turi be galo daug sprendinių?