PENKTOJI KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
RASEINIAI, 2004 metų gruodžio 13 d.

1. Kiek sprendinių sveikaisiais skaičiais (x, y) turi lygtis $1/x + 1/y = 1/12$?
(A) 14 (B) 15 (C) 28 (D) 29 (E) 30

2. Natūralusis skaičius baigiasi 11, dalijasi iš 11, turi 11 skaitmenų ir yra pats mažiausias iš visų tokių skaičių.
To skaičiaus tūkstančių (ketvirtasis iš dešinės) skaitmuo yra:
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 9

3. Į kiek daugiausiai dalių gali padalinti plokštumą 10 tos plokštumos tiesių?
(A) 20 (B) 45 (C) 54 (D) 56 (E) 1024

4. Natūralusis skaičius, užrašomas vien tik nuliais ir vienetais, dalijasi be liekanos iš 54. Kiek skaitmenų turi pats mažiausias toks skaičius?
(A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

5. Su keliomis n reikšmėmis $(n+31)/(n-1)$ yra sveikasis skaičius?
(A) 13 (B) 12 (C) 10 (D) 9 (E) 8

6. Trupmena m/n yra didesnė už $1/100$, bet mažesnė už $1/99$ (m ir n yra sveikieji teigiami skaičiai) ir tokia, kad jos skaitiklio m ir vardiklio n suma yra pati mažiausia.
Toji mažiausioji suma $m + n$ yra:
(A) 199 (B) 201 (C) 301 (D) 302 (E) 303

7. Keliais skirtingais būdais galima paimti 7 skirtingus skaitmenis nuo 1 iki 9 imtinai, kad tų 7 skaitmenų suma dalintųsi iš 3?
(A) mažiau negu 10 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) daugiau negu 12.

8. Kiek sveikųjų skaičių x, y ir z trejetų (x,y,z) tenkina lygtį

$$xyz + yz + z = 1.$$

(A) 0 (B) (C) 16 (D) 2004 (E) daugiau negu 2004.

9. Trikampyje ABC, kurio kraštinės $AB = 7$, $BC = 5$ ir $AC = 3$, kraštinėje AB paimti tokie taškai P ir Q, kad $AP = PC$ ir $CQ = QB$.
Tada kampas CQP plius kampas CPQ minus kampas QCP skaičiuojant laipsniais lygus:
(A) 30 (B) 45 (C) 60 (D) 75 (E) 90

10. Trikampio ABC kraštinėje AB pažymėtas toks taškas K, kad $AK = 3KB$, o kraštinėje BC – toks taškas M, kad kampas BKM yra dvigubai didesnis už kampą BAC, o atkarpos KM, MC ir BK yra lygios.
Tada trikampio ABC kampų didumai skaičiuojant laipsniais yra:
(A) 60, 60, 60 (B) 75, 60, 45 (C) 90, 60, 30 (D) 105, 45, 30 (E) 90, 45, 45

PENKTOJI INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI

RASEINIAI, 2004 metų gruodžio 13 d.

1. Natūralusis skaičius dalijasi iš 99 ir yra užrašomas vien tik lyginiais nenuliniais skaitmenimis.

(A) Nurodykite vieną tokį skaičių;

(B) Suraskite patį mažiausią tokį skaičių.

2. Ar galima į kiekvieną stačiakampės lentelės 5 x 8 langelį įrašyti arba 1 arba 3 taip, kad kiekvienos eilutės ir kiekvieno stulpelio skaičių sumos dalytųsi iš 7?

3. Į kiek daugiausiai dalių gali padalinti plokštumą:

(A) 5 tos plokštumos tiesės?

(B) 10 tos plokštumos tiesių?

4. Mikė Pūkuotukas tupi ant stiprios medžio šakos ir turi svirtines svarstykles be svarelių ir dar 8 puodynes medaus, sveriančias 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ir 8 kg. Praskrisdama varna į vieną iš tų puodynių įmetė 1 kg sūrio gabalą.

Kokiu būdu Mikė Pūkuotukas gali dviem svėrimais garantuotai surasti tą puodynę, į kurią varna įmetė sūrį?

5. Magdutei reikėjo suskaičiuoti šimto vienodų dėmenų

$$20{,}04 + 20{,}04 + \ldots + 20{,}04$$

sumą.

Per išsiblaškymą skaičiuodama tą sumą Magdutė kartais vienur perkeldavo kablelį per vieną vietą į kairę, o kitur – per vieną vietą į dešinę.

Ar Magdutės rastoji suma gali būti lygiai 2 kartus didesnė už tikrąją to 100 dėmenų sumą?