VII KOMANDINĖ KALĖDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai , 2006-12-12

1. Mažiausias skaičius, kurį dviem skirtingais būdais galima užrašyti 3 skirtingų sveikų teigiamų daugiklių sandauga taip, kad visi 6 daugikliai būtų skirtingi, yra

(A) 24 **(B)** 32 **(C)** 36 **(D)** 48 **(E)** 60

2. Kiek sprendinių turi angliška žodžių lygybė “SEVEN + ONE = EIGHT”? Čia, kaip įprasta, kiekviena raidė reiškia vieną kurį skaitmenį nuo 0 iki 9, skirtingas raides atitinka skirtingi, o vienodas raides atitinka vienodi skaitmenys, ir joks skaičius neprasideda 0.

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 3 **(D)** 7 **(E)** 8

3. Realieji skaičiai x, y ir z yra visi skirtingi ir tenkina sąlygas
$x^2 - x - y = y^2 - y - z = z^2 - z - x$. Raskite sandaugą $(x + y)(y + z)(z + x)$.

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2006 **(E)** nustatyti neįmanoma

4. AK ir BM yra trikampio ABC pusiaukampinės. Raskite mažiausiąjį to trikampio kampą, jeigu yra žinoma, kad $AK = BM = AB$.

(A) 15º **(B)** 18º **(C)** 30º **(D)** 36º **(E)** 40º

5. Šachmatų turnyre dalyvavo 20 žaidėjų. Kiekvienas žaidėjas su kiekvienu kitu žaidėju sužaidė po vieną partiją. Žaidžiant šachmatais už laimėtą partiją skiriamas 1 taškas, už lygiąsias skiriama ½ taško, o už pralaimėtą partiją žaidėjas gauna 0 taškų. Suvedus rezultatus paaiškėjo, kad visi dalyviai surinko po skirtingą taškų skaičių. Kiek mažiausiai taškų galėjo būti surinkęs turnyro nugalėtojas?

(A) 16 **(B)** 15,5 **(C)** 15 **(D)** 14,5 **(E)** 14

6. Lygčių sistemą

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2(c + d), \\ c^2 + d^2 = 2(a + b) \end{cases}$$

spręskime sveikaisiais neneigiamais skaičiais a, b, c ir d . Kiek sprendinių turi ši lygtis?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** ne mažiau negu 4

7. Magdė užrašė skaičių, pamatė, kad jis dalijasi iš savo paskutiniojo skaitmens ir padalijo tą skaičių iš jo. Pasirodė, kad gautasis skaičius vėl dalijasi iš savo paskutiniojo skaitmens ir Magdė vėl tą gautąjį skaičių padalijo iš jo ir t.t. Po 10 dalijimų Magdė gavo 1, be to, visi prieš tai atlikti dalijimo rezultatai buvo didesni už 1. Kiek yra tokių skaičių?

(A) 3 **(B)** 7 **(C)** 8 **(D)** 9 **(E)** daugiau negu 10

8. Lygties $(1/101+1/204+1/309+\ldots+1/1100)\cdot X = (1/11+1/24+1/39+\ldots+1/11000)$ sprendinys X yra

(A) 1 **(B)** 10 **(C)** 10,9 **(D)** 11 **(E)** 11,1

9. Raseinių „Žemaičio“ gimnazijos moksleivių Taryboje yra 14 žmonių. Taryboje yra sudarytos komisijos atskirų dalykų dėstymui remti. Jokioje komisijoje negali būti mažiau kaip 3 nariai ir jokios dvi komisijos negali būti sudarytos iš vienų ir tų pačių narių. Kiekviena komisija iš savo narių išsirenka pirmininką. Nė vienas Tarybos narys negali priklausyti daugiau negu 2 komisijoms, ir kiekvienas komisijos pirmininkas negali įeiti į jokią kitą komisiją nei nariu, nei pirmininku. Kiek daugiausiai komisijų gali būti sudaryta Raseinių „Žemaičio“ gimnazijos moksleivių Taryboje?

(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

10. Kiek yra 10-ženklių skaičių, kurių visi skaitmenys yra skirtingi ir kurie dalijasi be liekanos iš 11 111?

(A) 123 **(B)** 234 **(C)** 1111 **(D)** 3456 **(E)** 6790

VII INDIVIDUALIOJI KALĖDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIIAUS TAUREI LAIMĖTI

Raseiniai, 2006-12-12

1. Raseinių „Žemaičio“ gimnazijos moksleivių Taryboje yra 14 žmonių. Taryboje yra sudarytos komisijos atskirų gimnazijoje dėstomų dalykų dėstymui remti. Jokioje komisijoje negali būti mažiau kaip 3 nariai ir jokios dvi komisijos negali būti sudarytos iš vienų ir tų pačių narių. Kiekviena komisija iš savo narių išsirenka pirmininką ir nė vienas Tarybos narys negali priklausyti daugiau negu 2 komisijoms. Joks komisijos pirmininkas negali įeiti į jokią kitą komisiją nei nariu, nei pirmininku. Kiek daugiausiai komisijų gali būti sudaryta Raseinių „Žemaičio“ gimnazijos moksleivių Taryboje?

2. Ruošdamasi stojamiesiems egzaminams į Raseinių „Žemaičio“ gimnaziją Magdė suplanavo per likusias iki stojamojo egzamino 26 dienas išspręsti 4000 uždavinių. Per pirmąją dieną Magdė išsprendė 105 uždavinius, o per kiekvieną sekančią dieną jį išspręsdavo vis po dešimt uždavinių daugiau negu buvo išsprendusi praėjusią dieną. Todėl savo planą išspręsti 4000 uždavinių Magdė įvykdė anksčiau laiko (per sveiką dienų skaičių). Po to Magdė kasdien spręsdavo vis po tiek pat uždavinių, kurių skaičius buvo 13 mažesnis kaip uždavinių skaičius, Magdės išspręstas uždavinių sprendimo plano įvykdymo dieną.

Keliais procentais ji viršijo savo numatytų išspręsti uždavinių planą?

3. Ar galima ratuku surašyti visus sveikuosius skaičius nuo 1 iki 14, kad bet kurių 2 gretimų skaičių skirtumas atimant iš didesnio skaičiaus mažesnį būtų arba 3, arba 4?

4. Magdė iš languoto popieriaus iškirpo du kvadratus – vieną 6 x 6, o kitą - 8 x 8, turinčius 36 ir 64 langelius. Mergaitė svajoja kiekvieną iš tų dviejų kvadratų neperkirpdama jokio langelio sukarpyti į dvi jungias dalis taip, kad iš tų visų atsiradusių keturių dalių būtų galima sudėti vieną didelį 10 x 10 matmenų kvadratą. Jai nelabai išeina tai padaryti, suolo draugas Martynas kartoja Magdei, kad to padaryti apskritai neįmanoma, o mokytoja Salomėja nenuilsdama vis drąsina dar pabandyti.

Ar gali Magdė tai padaryti?

5. Mokytoja Nijolė klausia, ar galima visus skaičiaus 100 000 daliklius, įskaitant ir 1, ir patį skaičių, suskirstyti į dvi dalis taip, kad kiekvienoje dalyje būtų po lygiai daliklių ir kad abiejose grupėse visų daliklių sumos būtų tokios pačios?