

**AŠTUNTOJI KALĖDINĖ KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Raseiniai, 2007-12-13

1. Magdutė džiūgauja ir skaičių 20 vadina *raseinišku skaičiumi*, nes jai pavyko į žemiau parodytos lentelės langelius, po vieną skaičių į kiekvieną langelį, surašyti visus sveikuosius skaičius nuo 1 iki 10 taip, kad visų 4 viršutinės ir visų 4 apatinės eilutės skaičių bei lygiai taip pat visų 3 kairiojo ir visų 3 dešiniojo stulpelio skaičių suma yra visada 20. Magdutė labai rūpinasi sužinoti, kiek yra iš viso tokių *raseiniškų skaičių*. Informacinio Dubysos slėnio ekspertai patvirtino, kad *raseiniškų skaičių* iš viso yra

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

| | | | |
|----|---|---|---|
| 2 | 3 | 6 | 9 |
| 8 | | | 7 |
| 10 | 1 | 5 | 4 |

2. Po Lyduvėnų tiltu per Jonines jaunieji proto kultūristai kasmet atvelka kubo formos švino gabalą, kurio briauna yra 1 m ilgio ir nedelsdami ima skaičiuoti, kiek stačiųjų trikampių galima būtų gauti jungiant atkarpomis kurias nors 3 atvilkto kubo viršūnes. Tokių stačiųjų trikampių iš viso yra

(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48 (E) 67

3. Vienas iš pačių išpūdingiausių Vadžgirio Mokslo ir technologijų šlovės muziejaus eksponatų yra garsiojo *ariogališkojo keturkampio* originalas, apie kurį užsimenama jau Babrungo kronikose ir kuris pagal padavimus mena Saulės mūšio laikus. Sutinkamai su nusistovėjusia tradicija *keturkampis ABCD* vadinamas *ariogališkuoju*, jei $AB = BC$, $BAC = 60^\circ$, $CAD = 40^\circ$ ir $BXC = 100^\circ$, kur X žymi įstrižainių AC ir BD sankirtos tašką. Kiekvienais metais per Mokslo pagrindų šventę visi penktokai matuoja, kam lygus *ariogališkojo keturkampio* kampas BDC . Remiantis paskutiniaisiais, nors vis dar tikslinamais mokslo parodymais, tas kampas

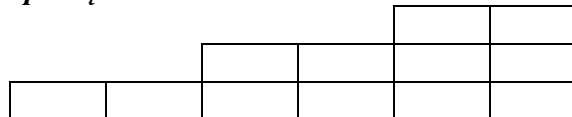
BDC nerealiai kruopščiai matuojant yra lygus

(A) 24° (B) 25° (C) 26° (D) 30° (E) 45°

4. Atvirosiose Šimkaičių taurės stendinio šaudymo varžybose “Žemaičių taikliarankiai” prieš paskutinę seriją Magdutė suvokė, jog net ir išmušusi toje paskutinėje serijoje tik 17 taškų, ji vis tiek pasiektų 80 taškų lygų galutinį visų serijų vidurkį, tuo tarpu išmušus paskutinėje serijoje 92 taškus, jos galutinis visų serijų vidurkis būtų 85. Iš kelių serijų turėjo susidėti Magdutės pasirodymas?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 9

5. *Tytuvėnų laipteliais* tradiciškai yra vadinama iš 12 vienetinių kvadratėlių sudaryta figūra, kaip parodyta brėžinyje. Kiek skirtingų stačiakampių (be tarpų ir persidengimų) galima sudėti iš 4 *Tytuvėnų laiptelių*?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

6. Stebukladarė *Salomėja* turi magišką trikampį. Jeigu visose 3 jo viršūnėse įžiebtume po sveiką teigiamą skaičių, tai tada ir visose 3 to magiško trikampio kraštinėse įsižiebtų po skaičių, lygų tos kraštinės viršūnėse įžiebtų skaičių sandaugai, o ir paties trikampio viduje dar įsižiebtų skaičius, lygus visų trijų viršūnėse įžiebtų skaičių sandaugai.

Šv. Kalėdų išvakarėse Magdūtė suskaičiavo, kad visų 7 stebukladarės Salomėjos įžiebtų magiško trikampio skaičių suma yra 1000. Tada visose 3 viršūnėse įžiebtų skaičių suma yra

- (A) 24 (B) 25 (C) 28 (D) 31 (E) 43

7. Šiluvos berniukai aiškinasi, keliais nuliais daugiausiai gali baigtis 3 sveikųjų teigiamų skaičių sandauga, jeigi pavyko sužinoti, kad tų trijų skaičių suma yra tik 17. Tas didžiausias įmanomas nulių skaičius, kuriuo gali baigtis tų trijų nulių sandauga, yra

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. Lygybėje

$$TU + TU + TU + \dots + TU = VISI,$$

pagal garsą priemenančią Lyduvėnu tiltu riedantį traukinį, žinoma, kaip visada, nesvarbu ar skaičiams ar kam nors kitam riedant, skirtingos raidės vis tiek reiškia skirtingus, o vienodos raidės – vienodus skaitmenis. Tada pati mažiausia įmanoma reiškinių

$$V + I + S + I$$

reikšmė yra

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 10

9. UAB „Šešiaslibis“ yra 10 Šimkaičių akcininkų nuosavybė. Yra neklystamai nustatyta, kad bet kurie 6 akcininkai kartu turi ne mažiau negu pusę „Šešiaslibio“ akcijų. Kiek daugiausiai akcijų procentais gali turėti didžiausias Šimkaičių akcininkas?

- (A) 24 (B) 25 (C) 28 (D) 31 (E) 43

10. Kryžkalnį ištiko mokslo bumai ir dabar ten kiekvienas, kas gyvas ir mokliškai vertingas ir ką nors rimto moksluose ar menuose manosi suprantas, tas nuo ryto iki vakaro sprendžia, diskutuoja bei dalijasi išvalgomis apie tokį uždavinį.

Kiek mažiausiai lentelės 4 x 4 langelių pakanka nuspalvinti juodai, kad iš tos lentelės pašalinus bet kokias dvi jos eilutes ir bet kokius 2 jos stulpelius, likusioje lentelės dalyje vis dar liktų dar nors vienas nuspalvintas langelis?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

**AŠTUNTOJI KALĖDINĖ INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO
OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
RASEINIAI, “ŽEMAIČIO” GIMNAZIJA, 2007-12-13**

1. Kiekvienas orus Raseinių krašto jaunuolis, prijaučiantis arba informacinės, arba ir žinių visuomenės idėjoms ir perspektyvoms, nors kartą gyvenime yra praleidęs bent keletą dienų, galinėdamasis su tokiu uždaviniu.

Į nepatamsintus lentelės langelius, po vieną skaičių į kiekvieną langelį, surašome visus sveikuosius skaičius nuo 1 iki 10 taip, kad visų 4 viršutinės eilutės, visų 4 apatinės eilutės, visų 3 kairiojo stulpelio ir visų 3 dešiniojo stulpelio skaičių sumos yra lygios tam pačiam skaičiui T.

(i) nurodykite tokio surašymo būdą, jeigu $T = 20$;

(ii) raskite pačią didžiausią galimą ir pačią mažiausią galimą T reikšmes;

(iii) raskite visas įmanomas tokias T reikšmes. Kiekvienai T reikšmei užpildykite po lentelę.

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

2. Po Lyduvėnų tiltu per Jonines jaunieji proto kultūristai kasmet atvelka kubo formos švino gabalą, kurio briauna yra 1 m ilgio, ir nedelsdami ima skaičiuoti, kiek stačiųjų trikampių galima gauti jungiant atkarpomis kurias nors 3 atvilktos kubo viršūnės. Kiek iš viso yra tokių stačiųjų trikampių?

3. Visi judėjimo „*Nei keturi, nei devyni*“ Betygalos skyriaus nariai yra nepalenkiamai įsitikinę, kad pasaulyje nėra ir negali būti dviejų gretimų (kaip 11 ir 12) sveikųjų skaičių tokių, kad vienas iš jų turėtų lygiai 4, o kitas - lygiai 9 daliklius. Ar jie yra teisūs taip manydami?

(Pastaba. Skaičiuodami bet kurio skaičiaus daliklius, mes nepamirštame, kad ir 1, ir pats skaičius irgi yra laikomi bet kurio skaičiaus dalikliais. Pavyzdžiui, skaičiaus 12 dalikliai yra 1, 2, 3, 4, 6 ir 12 – iš viso 6.)

4. Artūras Lyduvėnuose ieško *atsakančiai raseiniškų* triženklių skaičių. Sveikasis teigiamas triženklis skaičius vadinamas *atsakančiai raseinišku*, jeigu pakeitus bet kurį jo skaitmenį kitu skaitmeniu taip, kad išeitų skirtingas triženklis skaičius, gaunamas skaičius visada nesidalija iš 7.

(i) nurodykite vieną *atsakančiai raseinišką* skaičių;

(ii) nurodykite du *atsakančiai raseiniškus* skaičius;

(iii) suraskite visus triženklis *atsakančiai raseiniškus* skaičius.

5. Vienas iš pačių įspūdingiausių Vadžgirio Mokslo ir technologijų šlovės muziejaus eksponatų yra garsusiojo *ariogališkojo keturkampio* originalas, apie kurį užsimenama jau Babrungo kronikose ir kuris pagal padavimus mena Saulės mūšio laikus. Sutinkamai su nusistovėjusia tradicija *keturkampis ABCD* vadinamas *ariogališkuoju*, jei $AB = BC$, $BAC = 60^\circ$, $CAD = 40^\circ$ ir $BXC = 100^\circ$, kur X žymi įstrižainių AC ir BD sankirtos tašką. Kiekvienais metais per Mokslo pagrindų šventę visi penktokai matuoja, kam lygus *ariogališkojo keturkampio* kampas BDC . Koks yra tikrasis kampo BDC didumas?