VIENUOLIKTOJI KALĖDINĖ KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai, 2010-12-15

1. Moksliškai pažengę giedrios nuotaikos Jurbarko antrokai ėmė mokytis iš vyresniųjų aritmetikos meno pasaulio galiūnų, kaip surasti visas skirtingų dviženklių skaičių A ir B porų (A, B), kad skaičius B prasideda devynetu, o pati sandauga A · B yra triženklis skaičius.
Užduotį jurbarkiškiai įvykdė teisingai.
Kiek porų jie surado?
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 21

2. Iš 4 dėmenų susidedančioje lygybėje
0, + 0,** + 0,** + 0,** = 1**
keisdama kiekvieną žvaigždutę skaitmeniu Magdutė su savo draugais iš Šimkaičių sugeba išsiversti vienais dvejetais ir trejetais ir gauti teisingą skaitinę lygybę.
Kiek skirtingų reikšmių gali įgyti pats pirmasis iš 4 sumos dėmenų?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 0, nes tokia lygybė neįmanoma

3. Stačiakampis sklypas Vadžgiryje įprastu būdu dviem tarpusavyje statmenomis ir to pradinio stačiakampio kraštinėms lygiagrečiomis tiesėmis padalinamas į 4 stačiakampiukus. Trijų iš tų 4 susidariusių stačiakampiukų plotai yra 2, 8 ir 16. Ketvirtojo stačiakampiuko plotas yra irgi sveikasis skaičius. Kam gali būti lygi visų galimų ketvirtojo stačiakampiuko plotų suma?
(A) 40 (B) 56 (C) 64 (D) 69 (E) 72

4. Betygalos maironiečiai per matematikos pamoką susidūrė su tokiais keturiais iš eilės einančiais dviženkliais skaičiais, kurių sandauga kažkokiu stebuklingu būdu dalijasi be liekanos iš 999. Jie su įkvėpimu ėmė aiškintis, kokia galėtų būti pati mažiausia įmanoma tokių 4 iš eilės einančių skaičių suma?
(A) 100 (B) 125 (C) 150 (D) 190 (E) 192

5. Paėmę 4 skirtingus natūraliuosius skaičius a, b, c ir d ir labai tvarkingai dėliodami juos „kiekvieną su kiekvienu“ Raseinių Magdutės pusbroliai Teodoras su Adeodatu gavo tokias 16 sumų:

$$\begin{gathered}a + a,\ a + b,\ a + c,\ a + d,\\ b + a,\ b + b,\ b + c,\ b + d,\\ c + a,\ c + b,\ c + c,\ c + d,\\ d + a,\ d + b,\ d + c,\ d + d.\end{gathered}$$

Po to jie įsivėlė į ilgiausias diskusijas, kiek daugiausiai iš tų užrašytųjų 16 sumų galėtų būti pirminiai skaičiai?
(A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 12

Toliau žiūrėkite kitoje lapo pusėje

6. Petras iš Ariogalos negali į rankas paimti jokios 1 ct monetos – jam jos regisi per lengvos. Užtat jis kasdien vis kitokiu būdu Centriniame Raseinbanko skyriuje išsikeičia visą vieną litą 2 ir 5 centų monetomis taip kad visada būtų abiejų rūšių „baltų centų“. Kelias dienas jis sugaiš, kol iškeis tokiu būdu 1 litą visais galimais būdais kaskart vis panaudodamas abiejų rūšių „baltus centus“?

(A) 7 (B) 9 (C) 6 (D) 4 (E) 2

7. Lyduvėnų mokykloje yra dėstomas kūrybinės aritmetikos ir tiltostatos pagrindų fakultatyvas. Kartą to fakultatyvo dalyviai užsidegė noru surasti patį mažiausią tokį natūralųjį skaičių, kuris dalijasi iš 37, kuris baigiasi 37 ir kurio skaitmenų suma, žinoma, irgi yra 37. Toks pats mažiausias skaičius, jų nuomone ir tyrimais, yra užrašomas

(A) 4 skaitmenimis (B) 5 skaitmenimis (C) 6 skaitmenimis (D) 8 skaitmenimis (E) tokio skaičiaus apskritai nėra.

8. Profiliuotame Jonavos darželyje „Sraunioji Neris“ per pamokėlę pirmūnė Liudmila pati pirmoji per 42 sekundes surado patį mažiausiąjį natūralųjį skaičių, turintį 8 daliklius (žinoma, įskaitant ir 1, ir jį patį). Po to, kad būtų paslaptingiau, mergaitė suskaičiavo to surastojo skaičiaus skaitmenų sumą ir užrašė ją suolo kaimynui Jonukui ant delno.

Ant Jonuko delno atsirado skaičius:

(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 9 (E) 6

9. Tytuvėnuose iš skaitmenų 2, 3, 5, 7, panaudojant juos daugiausiai po vieną kartą (tačiau „konkrečiame“ skaičiuje neprivalu panaudoti juos visus) sudaromi visi galimi iš 3 be liekanos besidalijantys skaičiai. Kiek gi rasis Tytuvėnuose tokių skaičių.

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 17

10. Raseinių Magdutės senelis Motiejus parašė dviejų tomų trijų Betygalos medžių ir jų apylinkių istoriją. Senelis Motiejus laiko ją pagarbiai skrynelėje kartu su Maironio raštų tritomiu (kad knygos nesudulkėtų). Kas vakarą po Kalėdinių istorijų anūkams senelis Motiejus ištraukia visas tas 5 knygas ir išrikiuoja jas į eilę mažoje lentynėlėje težiūrėdamas tik to, kad pirmasis “Trijų Betygalos medžių ir jų apylinkių“ tomas eitų pirmiau negu antrasis (abi minėtosios knygos gali ir nebūti greta). Į kitus dalykus senelis Motiejus nekreipia jokio dėmesio. Jis tik išgyvena, ar užteks jam gruodžio ir sausio mėnesio dienų išrikiuoti toms knygoms visais galimais būdais. Gabusis anūkas Telesforas suskaičiavo seneliui, kad toms knygoms išrikiuoti jas taip kaip norėtų senelis, yra

(A) 24 būdai (B) 30 būdų (C) 42 būdai (D) 60 būdų (E) 64 būdai

VIENUOLIKTOJI KALĖDINĖ INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai, 2010-12-15

1. Dėl staiga paaiškėjusio vietinių pašarų stygiaus Viduklės ūkininkas Dobilas Pašaris nejučia nubraukęs ašarą pardavė 50 laikomų arktinių Grenlandijos avinų, nes pilnaverčių vietinių pašarų pamatė teturintis tik 9 savaitėms, kai šerti dar buvo likę ištisas 10 savaičių. Kiek arktinių Grenlandijos avinų laikė tas tvarkingas Viduklės ūkininkas Dobilas Pašaris, pas kurį visi avinai kasdien suėsdavo lygiai po tiek pat vietinių pašarų?

2. Jautriai pavalę vieną pelėsiais ir kerpėm apaugusią žemai legendinio Lyduvėnų geležinkelio tilto atramos dalį jaunieji archeologai rado senovinį raižinį, kuriame buvo pavaizduotas paslaptingas

5 x 5

kvadratas (be centrinio langelio, brėžinyje paženklinto istoriškai nusistovėjusia didžiąja X).

Istorijos mokytojas Žygimantas Augustaitis jiems paaiškino, kad tai tiksliojoje archeologijoje ir lyginamojoje lingvistikoje yra vadinama *Žemaitiškuoju ratu* (*Circus Samogitiensis*).

24-iuose to *Žemaitiškojo rato* langeliuose buvo įrašyti tokie skaičiai:

1	2	1	3	2
3	4	3	2	3
2	2	X	1	1
1	4	1	5	3
5	1	2	2	2

Pagal Didžiojo Kunigaikščio Vytauto laikus siekiančius padavimus bet kuris *Žemaitiškasis ratas* atneša ilgalaikę laimę tam, kas sugeba tą 24 kvadratėlius turinčią figūrą padalyti į „*kampukus*“, turinčius po 3 langelius kiekvienas ir gaunamus iš

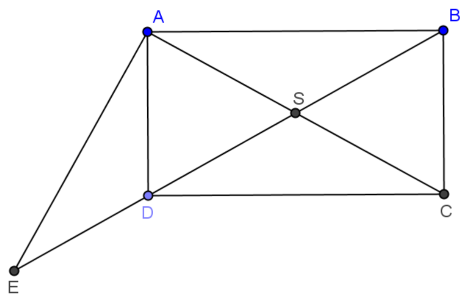
2 x 2

matmenų kvadratėlio, iškirpus bet kurį vieną jo kampinį langelį.

Dar būtinai reikalaujama, kad sumos, gaunamos sudėjus kiekvieno „*kampuko*“ tris skaičius, būtų visos vienodos.

Jaunieji archeologai mąsto, kaip čia tokią užduotį nuveikus, mokytojas Žygimantas Augustaitis juos drąsina, direktorė Aldona nekantriai laukia, bet tik Jūs galėtumėte konkrečiai nurodyti, ar tai įmanoma. O jei tai įmanoma, tai tada kaip tai padaryti?

3. Stačiakampio *ABCD* įstrižainės susikerta taške *S*. Per tašką *A* Magdutė nubrėžė statmenį stačiakampio įstrižainei *AC* ir pratęsė jį tol, kol jis taške *E* susikirto su kitos stačiakampio įstrižainės *BD* tęsiniu.



Magdutė žino, kad stačiakampio įstrižainė *AC* yra lygiai 10 centimetrų ilgio ir kad kampo *BAC* didumas yra 30°. Mergaitė labai norėtų kuo greičiau surasti tikrąjį atkarpos *DE* ilgį. Padėkite jai tai padaryti.

Toliau žiūrėkite kitoje lapo pusėje

4. Vadžgiryje du žvalūs berniukai Pilypas ir Jokūbas spėlioja lygčiai

$$2010x - 2009y = 1$$

tinkančias natūraliųjų skaičių x ir y poras.

(A) Pilypas sako, kad galima rasti tokią tai lygčiai tinkančią natūraliųjų skaičių x, y porą, kurių suma

$$x + y$$

mažesnė už 5.

Ar jis teisus?

Nurodykite tokią skaičių porą, jeigu tai įmanoma.

(B) Jokūbas sako, kad galima rasti tokią tai lygčiai tinkančią natūraliųjų skaičių x ir y porą, kad kiekvienas iš tų skaičių būtų didesnis už

$$2000.$$

Ar jis teisus?

Nurodykite tokią skaičių porą, jeigu tai tik pasirodytų įmanoma.

(C) Atėjusi Raseinių Magdutė sako, kad tai lygčiai galima parinkti ir tokius natūraliuosius skaičius x ir y, kurių kiekvienas didesnis net už

$$20\,000.$$

Ar Raseinių Magdutė teisi?

Nurodykite tokią skaičių porą, jeigu tai tik pasirodytų įmanoma.

5. Ariogalos skaičių fanai per keletą dienų tvarkingai suskaičiavo, kiek bus

$$2010^{2010}$$

ir be vienos klaidos sudėjo visus to oi! didžiulio skaičiaus skaitmenis. Po to jie vėl sudėjo visus to gautojo naujojo skaičiaus skaitmenis ir taip jie be atvangos „varė“ toliau, kol galiausiai – taip iki galo ir nepadarę nė mažiausios klaidelės – prisikasė iki vienženklio skaičiaus A.

Atėjusi Magdutė tik šyptelėjo ir pareiškė, kad ji apskritai be jokių daugiadienių skaičiavimų gali nors ir dabar, nieko daugiau nežinodama, garantuotai pasakyti, ar, pavyzdžiui, skaičius

$$2010 - A$$

dalijasi iš

$$23,$$

ar nesidalija, ir, žinoma, vienu sakiniu paaiškinti, kodėl taip yra.

Negi tai tikrai įmanoma?

(Stasys iš Ariogalos tuo nė už ką netiki, nors tu jam kuolą ant galvos tašyk, o jo pažįstamas Ramūnas iš Šiluvos tol negarsiai ir nesustodamas kikeno, kol galiausiai nustebusiems draugams ėmė ir išdrožė, kad vieną sykį ir jis buvo suabejojęs Magdutės aiškinimais – tai dar ir dabar gerai atsimena, kuo visa baigėsi.)

Kaip čia iš tikrųjų yra?

Ar skaičius

$$2010 - A$$

dalijasi iš 23 ir kodėl?