PENKIOLIKTOJI RUDENINĖ KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai, 2014-10-24

1. Raudonkepuraitė Raseinių miškais nešė močiutėlei 14 bandelių. Vienos iš jų buvo su mėsa, kitos su grybais, o trečios - su kopūstais. Bandelių su kopūstais buvo du kartus daugiau negu bandelių su mėsa. Kiek bandelių su grybais nešė Raudonkepuraitė močiutėlei Raseinių miškais, jeigu tokių bandelių buvo daugiau negu bandelių su mėsa, bet mažiau kaip bandelių su kopūstais?

(A) 9 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 6

SPRENDIMAS

Sakykime, kad raudonkepuraitė Raseinių miškais močiutėlei neša M bandelių su mėsa, tada, laikantis sąlygos, bandelių su kopūstais yra 2M, o bandelių su grybais 14 – M – 2M = 14 – 3M.

Sudarome galimų reikšmių lentelę:

Bandelės su mėsa (M)	Bandelės su kopūstais (2M)	Bandelės su grybais (14 – 3M)
0	0	14
1	2	11
2	4	8
3	6	5
4	8	2
5	10	Neigiamų bandelių Raudonkepuraitė neimtų ir neneštų

Taigi matome, kad sąlygą, kad bandelių su grybais būtų daugiau negu bandelių su mėsa, bet mažiaus kaip su kopūstais, tenkina rinkinys (3, 6, 5), todėl Raudonkepuraitė neša močiutėlei 5 bandeles su grybais ir todėl renkamės kaip teisingą atsakymą C.

ATSAKYMAS

Raudonkepuraitė neša močiutėlei 5 bandeles su grybais.

2. Net 30 Raseinių krašto atstovų išvyko į Tarpgalaktinį Aritmetikos kongresą. Kiekvienas iš jų buvo užsirašęs arba esančiu iš pačių Raseinių, arba iš Ariogalos, arba iš Tytuvėnų, arba iš Šiluvos. Pati Magdalena Raseiniškė, išlydėjusi ir palaiminusi juos kelionėn, pastebėjo, kad Ariogalos ir Šiluvos žmonių skaičius kartu sudaro pusę žmonių iš pačių Raseinių skaičiaus, o Ariogalos ir Tytuvėnų žmonių kartu išskrido du kartus daugiau negu žmonių iš Šiluvos. Magdalena dar užsiminė, kad iš Ariogalos garantuotai išskrido seniūno padėjėjas Robertas Endrijaitis. Kiek žmonių komandoje buvo iš pačių Raseinių?

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 17 (E) 18

SPRENDIMAS

Pažymėkime pačių Raseinių atstovus raide R, Ariogalos – A, Tytuvėnų – T , o Šiluvos Š, tada, remdamiesi sąlyga, privalome rašyti

$$R + A + T + Š = 30.$$

Toliau turime pripažinti, kad

$$A + Š = (1/2)R$$

ir

$$A + T = 2Š.$$

O tai, kad iš Ariogalos tikrai kažkas išskrido, reiškia kad $A > 0$.

Iš sąlygos $A + Š = (1/2)R$ išeina, kad $2A + 2Š = R$ ir todėl įrašius į pirmąją, pagrindinę sąlygą turėsime $3A + T + 3Š = 30$. Iš sąlygos $A + T = 2Š$ išspausime, kad $3A + T + 3Š = 2A + A + T + 3Š = 2A + 2Š + 3Š = 2A + 5Š = 30$.

Iš to, ką gavome, arba iš

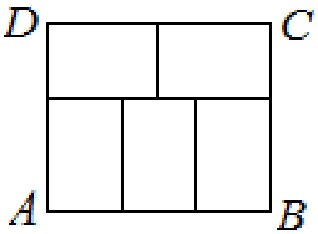
$$2A + 5Š = 30$$

matome, kad A dalijasi iš 5, o Š yra lyginis. Vadinasi, Š yra 0, 2, 4 arba 6. Toliau, Š negali būti 0, nes tada ir A ir T bus nuliai, o pasakyta, kad iš Ariogalos kažkas yra. Jeigu Š būtų 2, tai tada būtų, kad A + T = 2Š = 4, o kadangi A > 0 ir A dalijasi iš 5, tai A + T negali būti tik 4. Panašiai Š negali būti 6, nes tada A būtų 0, o yra ne taip.
Lieka vienintelė galimybė Š = 4, atvedanti prie A + T = 8, vadinasi, tada A, kaip besidalijantis iš 5, 5 ir yra lygus. Tada T yra 3 ir R = 30 – 5 – 3 – 4 = 18 ir todėl kaip teisingą renkamės atsakymą **E.**
ATSAKYMAS
Į kosmosą iš pačių Raseinių išskrido 18 žmonių arba E.

3. Magdalena Raseiniškė savo anūkui Rokui verda ir pliko ir maišo dviejų stebuklingų arbatų – puplaiškių ir pelynų – kokteilį. Anūkas Rokas tuos kokteilius labai noriai geria ir yra sveikas bet kuriuo metų laiku. Vienas pilnas firminis močiutės vienų puplaiškių arbatos kaušelis duoda Rokui energijos lygiai vienai valandai, o vienas pilnas firminis močiutės pelynų arbatos kaušelis duoda Rokui energijos jau ištisoms 4 valandoms
Kokiu santykiu reikėtų maišyti puplaiškių arbatą su pelynų arbata, kad gautume vieną pilną firminį močiutės Magdalenos Raseiniškės kokteilio kaušelį, duodantį mylimam anūkui Rokui energijos lygiai 2 valandoms?
(A) 1:1 (B) 3:2 (C) 5: 3 (D) 2:1 (E) 4:1

SPRENDIMAS
Pagal sąlygą pilnas kaušelis grynai puplaiškių arbatos duotų energijos valandai, vadinasi, pusę puodelio duotų energijos pusvalandžiui – ketvirtis puodelio – 15 minučių ir taip toliau, vadinasi jeigu Magdalenos Raseiniškės anūkui ruošiamame arbatų mišinyje puplaiškių arbatos dalis sudaro M procentų, tai toji mišinio dalis suteiks energijos $\frac{M}{100}$ valandos.
Toliau matome, kad jeigu likusi mišinio dalis skaičiuojant procentais yra pelynų arbata, tai tos keturis kartus energetiškai stipresnės arbatos dalis procentais yra $100 - M$ ir ji duoda energijos $4 \cdot \frac{100-M}{100}$ valandos.
Pagal sąlygą
$$\frac{M}{100} + 4 \cdot \frac{100-M}{100} \equiv 2$$
ir
$$M + 4(100 - M) = 200.$$
Išsprendę gauname jog M yra
$$\frac{200}{3},$$
todėl
$$100 - M$$
yra
$$\frac{100}{3}$$
ir todėl arbatas reikia maišyti santykiu 2 : 1 ir renkamės teisingą atsakymą D.
ATSAKYMAS.
Pilname Magdalenos Raseiniškės mišinio puodelyje puplaiškių ir pelynų arbatos mišinyje turi būti dvi dalys puplaiškių ir viena dalis pelynų arbatos, nes tada „puplaiškinė“ arbatų mišinio dalis duos arbatos dviem trečiosioms valandos, o „pelyninė“ dalis, kuri yra keturiskart „stipresnė“, duos energijos keturioms trečiosioms valandos, arba iš viso pilnas mišinio puodelis duos anūkui energijos dviem valandoms.

4. Močiutės darželyje buvo didžiulė stačiakampio *ABCD* formos lysvė. Močiutė paprašė anūkėlį Tadą parengti tos lysvės padalinimo į 5 vienodas lysveles planą taip, kad kiekvienos stačiakampės lysvelės perimetras būtų 20 raseiniškų metrų (žr. brėžinį). Kitą dieną anūkėlis labai nudžiugino močiutę tuo, kad jis ne tik padarė tai, ko buvo prašomas, bet dar ir nustatė, kokio ploto yra visa pradinė močiutės stačiakampio *ABCD* formos lysvė.



Kokio ploto yra pradinė didžiulė močiutės Magdalenos Raseiniškės lysvė?
(A) 72 (B) 112 (C) 120 (D) 140 (E) 150

SPRENDIMAS
Stačiakampiuko ilgesniąją kraštinę – jo ilgį – pažymėkime x, o jo plotį – y. Tada iš sąlygos, savaime suprantama, turime, kad $2x + 2y = 20$ arba $x + y = 10$.
Liaudies žodžiais atitariant visa skambėtų taip: stačiakampiuko ilgio ir pločio suma yra 10.
Pasižiūrėję į brėžinį puikiai matome, kad dvigubas stačiakampiuko ilgis yra toks pats kaip trigubas jo plotis arba $2x = 3y$.
Spręsdami drauge su lygtimi $x + y = 10$ neišvengiamai gausime, kad $x = 6$, o $y = 4$.
Antrą kartą paeiliui pasižiūrėję į brėžinį matome, kad pradinio stačiakampio *ABCD* plotas yra lygus jo ilgio $3y$ ($=2x$) ir jo pločio $x + y$ sandaugai arba $12 \cdot 10 = 120$ raseiniškų (jau kvadratinių) metrų.
Todėl teisingas atsakymas yra C.
ATSAKYMAS
Pradinio stačiakampio *ABCD* plotas yra 120 raseiniškų kvadratinių metrų.

5. Lygtį $xy + x + y = 3$ sprendžiame sveikaisiais skaičiais ir tuojau pat matome, jog, imdami ir x, ir y abu po 1, tikrai gauname teisingą lygybę. Mokslo bei protingų vadovėlių kalba tada ir sakoma, kad pora (1; 1) yra tos lygties sprendinys. Tęskite lygties sprendimą ir suraskite, kiek sprendinių sveikaisiais skaičiais turi ši lygtis?
(A) 4 (B) 6 (C) 3 (D) 7 (E) 5

SPRENDIMAS
Visi daugybę kartų yra matę daugjinį
$$(x+1)(y+1) = xy + x + y + 1,$$
kuris šiuo atveju yra pagrindinė technologinė uždavinio sprendimo dalis.
Lieka užrašyti, kad
$$xy + x + y + 1 = (x+1)(y+1) = 4$$
ir išvardinti visas galimybes 4 virsti dviejų sveikųjų skaičių sandauga, kurių yra 6, nes $4 = (-4) \cdot (-1) = (-2) \cdot (-2) = (-1) \cdot (-4) = 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 = 4 \cdot 1$.
Taip gautume 6 lygčių sistemas, kurios duotų 6 galimas sprendinių poras.
Pavyzdžiu galime paimti vieną iš 6 galimų sistemų
$$\begin{cases} x+1=-1 \\ y+1=-4 \end{cases}$$

duodančią vieną iš 6 sprendinių porų (-2,-5). Kitos poros yra (-3,-3), (-5, -2), (0, 3), (1, 1) ir (3, 0).

Kadangi yra šešios tinkamos sprendinių poros, tai turime rinktis kaip teisingą atsakymą būtent atsakymą **B.**

ATSAKYMAS

Lygtis $xy + x + y = 3$ turi 6 sveikųjų sprendinių poras arba B.

6 (*Mylimas modernistės Magdalenos Raseiniškės uždavinys, nuo kurio pagarba neišsenkantiems močiutės talentams tuojau pat prisipildo visi aritmetiškai brandūs jos anūkai, jų kaimynai ir draugai*).

Nagrinėkime skaičių, kuris prasideda skaičių grupe

$$122333444455555666666......$$

ir kuriame kiekvienas sekantis skaičius ir toliau yra rašomas lygiai tiek kartų, kokio didumo jis yra. Skaičiaus formavimas baigiamas parašius 2014-tą jo skaitmenį.

Koks yra paskutinysis 2014-asis to įstabaus Magdalenos Raseiniškės suformuoto skaičiaus skaitmuo?

(A) 5 (B) 7 (C) 4 (D) 5 (E) 9

SPRENDIMAS

Visiems vienaženkliams skaičiams „atstovauti“ pakanka

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9,$$

arba 45 skaitmenų.

„Suatstovauti“ visiems grynai dviženkliams skaičiams reikėtų

$$2(10 + 11 + 12 + 97 + 98 + 99)$$

arba

$$109 \cdot 90 = 9810$$

skaitmenų.

Todėl skaičiaus rašymas baigsis kartojant būtent dviženklius skaičius. Kadangi 2014 yra lyginis skaičius, o kartojant vienaženklius skaičius prireiks nelyginio skaičiaus – nes 45 – skaitmenų, tai atsakymui gana žinoti, kartojant kurios dešimties skaičius pasiekiame 2014 skaitmenį – nes būtent tas dešimčių – o ne vienetų – skaitmuo ir bus paskutinysis 2014-sis skaitmuo.

O tam, savo ruoštu, gana nustatyti pirmąjį tokį n, kad suma $45 + 2(10 + 11 + 12 + ... + n)$ „persirita“ per 2014.

Matome, kad

$45 + 2(10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19) = 45 + 29 \cdot 10 = 290 + 45 = 335$, todėl pirmosios dešimties skaičių kartojimo dar bus ne gana.

Pakartoję visus ir antrosios dešimties skaitmenis jau turėtume skaičių turintį

$45 + 2(10 + 11 + 12 +...+ 27 + 28 + 29) = 45 + 39 \cdot 20 = 45 + 780 = 825$ skaitmenis.

Toliau visų skaičių iki pat 39 pakartojimas pridėtų dar

$2(30+31+32+...+37+38+39) = 69 \cdot 10 = 690$ skaitmenų ir jų iš viso jau būtų $825+690 = 1515$.

Galiausiai visų skaičių iki pat 49 pakartojimas pridėtų dar $2(40+41+42+...+47+48+49)$ arba 890 skaitmenų ir būtent „ketvirtoje dešimtyje suma persiristų per 2014“ ir todėl kaip teisingą privalėtume imti atsakymą C.

ATSAKYMAS

Paskutinis skaitmuo yra 4 arba C.

7. (Apie kurį, kai padrąsėdavo labai mėgdavo pakalbėti Kryžkalnio aritmetinis elitas.**)** Raskite natūraliuosius skaičius *m* ir *n,* jeigu yra žinoma, kad iš žemiau parašytųjų lygybių dvi yra teisingos, o trečioji – klaidinga: 1) $4m + 9n = 135$, 2) $9m + 4n = 135$, 3) $6m + 11n = 240$.

Atsakyme užrašykite skaičių *m* ir *n* sumą $m + n$.

(A) 40 (B) 8 (C) 25 (D) 30 (E) 18

SPRENDIMAS

Pirmiausiai pastebėkime, kad jeigu kartais mums pasisektų įrodyti, jog tų dviejų natūraliųjų skaičių m ir n suma $m + n$ negali būti sveikasis skaičius, tai nieku gyvu sveiki negali būti ir abu tie natūralieji skaičiai m ir n.

Tai yra aišku: jeigu jie abu atskirai galėtų būti sveiki, tai sveika garantuotai būtų ir jų suma.

Belieka baigti darbus.

Pastebėkime, jog sudėję pirmąją ir antrąją lygybes gauname, kad

$$13m + 13n = 13(m + n) = 135 + 135 = 270.$$

Kadangi 270 iš 13 nesidalija, tai $m + n$ negali būti sveikasis skaičius, todėl sveikaisiais (ar natūraliaisiais) negali būti ir abu tie skaičiai atskirai (vienu metu).

Kadangi sudėję pirmąją ir antrąją lygtis gauname kažką neįmanomo, todėl pagal to uždavinio sąlygą išeina, kad viena tų dviejų lygčių – pirmoji arba antroji – yra „bloga“, arba „neįgyvendinama.“

Toliau jau visai nebesunku įžvelgti, jog iš trečiosios lygybės išskaičiavus pačią pirmąją gautume, jog

$$2m + 2n = 240 – 135 = 105.$$

Ši lygybė taip pat neįgyvendinama nei natūraliaisiais, nei sveikaisiais skaičiais, nes vienoje pusėje yra lyginis skaičius $2n + 2m$, o kitoje yra nelyginis skaičius 105.

Todėl, lygiai taip pat, kaip anksčiau padarome išvadą, kad viena iš dviejų lygybių – pirmoji arba trečioji – yra „bloga“.

Atsižvelgiant į ankstesnes kalbas matome, kad „bloga“ tada yra pati pirmoji lygybė.

Jeigu taip, tai tada geros lygybės yra antroji su trečiąja,

Belieka jas išspręsti kartu.

Iš trigubos trečiosios lygybės atėmę dvigubą antrąją gautume

$$33n – 8n = 25n = 240 \cdot 3 – 135 \cdot 2 = 720 – 270 = 450$$

arba

$$n = 18, \text{ o tada } m = 7,$$

o jų suma

$$m + n = 25$$

ir todėl renkamės kaip teisingą atsakymą C.

ATSAKYMAS

Natūraliųjų skaičių m ir n suma $m + n$ yra lygi 25.

8. (Uždavinys, kuris intelektinio pakilimo valandą yra mėgstamas Jurbarko šviesuomenės) Iškilajame n-kampyje visų kampų, galbūt išskyrus vieną, didumai yra lygūs 150°.

Suraskite, kiek iš viso yra tokių galimų n reikšmių.

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

SPRENDIMAS

Kadangi iškilasis n-kampis natūraliai „supjaustomas“ į $n – 2$ trikampius, todėl pagal sąlygą jo visų kampų sumos didumas yra

$$(n – 2) \cdot 180°,$$

todėl pagal sąlygą

$$(n – 2)180° = (n – 1)150° + \alpha,$$

kur α yra tarp 0° ir 180°.

Spręsdami gauname

$$n = \frac{\alpha}{30°} + 7$$

ir todėl visos galimos n reikšmės yra 8, 9, 10, 11 ir 12 ir todėl renkamės atsakymą C.

ATSAKYMAS

Yra 5 galimos n reikšmės 8, 9, 10, 11 ir 12 arba C.

9. Aštuonios kortelės sunumeruotos skaičiais nuo 1 iki 8. Jos įdėtos į dėžutes M ir N. Abiejų dėžučių kortelių numerių sumos yra lygios. Dėžutėje M yra trys kortelės. Tada būtinai
(A) dėžutėje N bent trys kortelės turi nelyginius numerius (B) Dėžutėje N keturios kortelės turi lyginius numerius (C) Dėžutėje N nėra kortelės su numeriu 1 (D) Dėžutėje N yra kortelė su numeriu 2 (E) Dėžutėje N yra kortelė su numeriu 3.

SPRENDIMAS
Pirmiausiai pastebėkime, jog visų sveikųjų skaičių nuo 1 iki 8 suma $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ yra lygi 36, todėl tos kalbamosios lygybės atveju abiejose pusėse abi sumos turi būti abi po 18. Kadangi dėžutėje M yra tik trys kortelės, tai, suprantama, kad yra visai paprasta „išvardinti“, kas toje dėžutėje M „dedasi“.
Pastaba.
Kai vardinsime, kas ten „dedasi“, tarp skaičių rašysime pliuso ženklius, tuo primindami, tik tenorėdami priminti, kad aibėn M ar N „peršamus“ elementus, tikrindami, ar jie ten tikrai gerai pakliūna, sudedame, žiūrėdami, ar jų visų suma tikrai yra 18.
Ten gali „dėtis“ $3 + 7 + 8$, $4 + 6 + 8$ (jei ten didžiausia yra kortelė 8).
Ten gali „dėtis“ $5 + 6 + 7$ (jei ten didžiausia yra kortelė 7)
Ir nieko kito ten vykti negali.
Todėl dėžutėje N gali „dėtis“ tokie dalykai.
$1 + 2 + 4 + 5 + 6$ (a), $1 + 2 + 3 + 5 + 7$ (b). ir $1 + 2 + 3 + 4 + 8$ (c).
Turėdami „įvykių kartoteką“ peržiūrime siūlomus atsakymus.
Pats pirmasis atvejis $1 + 2 + 3 + 5 + 6$ eliminuoja atsakymą (A), kuris manė, kad dėžutėje N yra būtinai bent trys nelyginiai skaičiai.. Per jį taip pat yra eliminuojamas atsakymas (B), kuris manė, kad sumoje 18 gali pasitaikyti keturi lyginiai dėmesys, nes nei viename iš trijų išvardintų atvejų taip nėra.
Šioje vietoje galima būtų ir „susamprotauti“. Jeigu dėžutėje galėtų būti keturios nelyginės kortelės, tai tada visos 4 esamos lyginės kortelės 2, 4, 6 ir 8 ten ir rastųsi, tačiau tada jų visų, dar tik keturių, suma būtų $2 + 4 + 6 + 8$ yra jau 20, o tai negerai, nes kas per daug, tas „nesveika“.
Toliau, tai, kad visais trimis atvejais dėžutėje N yra 1, eliminuoja atsakymą C.
Kadangi visais trimis atvejais dėžutėje N yra kortelė su skaičiumi 2, tai teisingas yra atsakymas D. (nes pirmasis pavyzdys (a) eliminuoja ir atsakymą E – pavyzdyje (a) yra „apsieinama“ be skaičiaus 3).
Todėl teisingas yra atsakymas D.
ATSAKYMAS D.

10. Magdalena Raseiniškė savo sumaniam kaimynui Jurgučiui Grėbliūnui, kai jį ištiko pirmieji žvaigždžių ligos požymiai, pasiūlė per be klaidų per kokias 2 valandas išspręsti tokį Vidukléje ir Nemakščiuose vietinių 10-mečių gudročių labai mėgstamą uždavinį, kuriame reikia surasti visus 4-ženklius skaičius, kurie dalijasi be liekanos iš 11 ir kuriuose po vieną kartą pasitaiko visi skaitmenys 1, 2, 3 ir 4 – ir jokie kiti.
Po 5 valandų Jurgutis nejučia rydamas nevilties ašaras prisipažino, kad jis nebeatsimena dalumo iš 11 požymio ir todėl tespėjo surasti vos vieną tokį skaičių.
Magdalena Raseiniškė maloniai jam paaiškino, kad keturženklis skaičius, užrašomas tik skaitmenimis 1, 2, 3 ir 4, jeigu tie skaitmenys jame pasitaiko visi tik po kartą, dalijasi iš 11 tada ir tiktai tada, kai pirmojo ir trečiojo skaitmenų suma yra lygi antrojo ir ketvirtojo skaitmenų sumai, kaip, pavyzdžiui, kad yra su skaičiumi 1243 ir kilniadvasiškai davė Jurgučiui dar 5 valandas visiems tokiems skaičiams surasti.
Tokių 4-ženklių skaičių, kuriuose po kartą pasitaiko visi skaitmenys 1, 2, 3 ir 4 ir kurie dalijasi be liekanos iš 11, iš viso yra
(A) 8 (B) 10 (C) 9 (D) 7 (E) 4

SPRENDIMAS.

Kadangi pagal 4-ženklių skaičių, kuriuose po vieną kartą pasitaiko kiekvienas iš skaičių 1, 2, 3 ir 4 dalumo iš 11 požymį, pirmojo ir trečiojo skaitmens suma turi būti lygi antrojo ir ketvirtojo skaitmens sumai, tai, kadangi 1 + 2 + 3 + 4 = 10, todėl pirmojo ir trečiojo tokio skaičiaus skaitmenų suma yra lygi 5 – kaip ir antrojo ir ketvirtojo skaitmens skaitmenų suma.

Todėl yra galimi 2 atvejai:

(A) pirmasis ir trečiasis skaitmenys pakaitomis yra 1 ir 4 (tada antrasis ir ketvirtasis skaitmenys pakaitomis yra 2 ir 3, arba, atvirkščiai, pirmasis ir trečiasis skaitmenys pakaitomis yra 2 ir 3 (o tada antrasis ir ketvirtasis pakaitomis yra 1 ir 4.

Pirmuoju atveju nuosekliai išrašę esamas galimybes gausime skaičius 1243, 4213, 1342, 4312, o antruoju atveju 2134, 3124, 2431 ir 3421.

Todėl iš viso yra 8 tokie skaičiai ir iš esamų siūlomų 5 atsakymų teisingas yra atsakymas E.

ATSAKYMAS

Yra 8 keturženkliai skaičiai, kuriuose po kartą sutinkami visi skaitmenys 1, 2, 3 ir 4 ir kurie dalijasi be liekanos iš 11.

PENKIOLIKTOJI RUDENINĖ INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai, 2014-10-24
UŽDAVINIŲ SPRENDIMAI

1.Kartą Magdalena Raseiniškė pasiūlė tokį uždavinį Raseinių krašto jaunuomenės skaitinei kultūrai žadinti bei sveikam sumanumui vystyti.
Trijų žodžių sakinyje

TEN JIS VARO

raides reikia pakeisti skaitmenimis taip, kad skirtingos raidės būtų pakeistos skirtingais skaitmenims ir tada suskaičiuoti gautųjų trijų skaičių TEN, JIS ir VARO sumą

TEN + JIS + VARO.

Pavyzdžiui, jeigu skirtingas raides T, E, N, J, I, S, V, A, R, O pakeistume atitinkamai skaitmenimis 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ir 0, tai gautume sumą

$$123 + 456 + 7890 = 8469.$$

Ar galima skirtingas raides paleisti skirtingais skaitmenimis taip, kad:
(A) Gautoji suma būtų 3456?
(B) Gautoji suma būtų 2016?
(C) Kaip Jums atrodo, ar pavyktų taip darant gauti ir mūsų „metų skaičių“ 2014?
SPRENDIMAS
(A) Galima, pavyzdžiui, $2487 + 319 + 650 = 3456$
(B) Galima, pavyzdžiui, $1092 + 378 + 546 = 2016$
(C) Ne, negalima, nes bet kaip pakeitus skirtingas raides, kurių yra 10 ir kurios visos yra skirtingos, gauname skaičių sumą, į kurią po vieną kartą įeina visi 10 skirtingų skaitmenų. Tokia suma visada dalijasi iš 9, o skaičius 2014 iš 9 nesidalija.
ATSAKYMAS
(A) Taip (B) Taip (C) Ne

2. Net 30 Raseinių krašto atstovų išvyko į Tarpgalaktinį Aritmetikos kongresą. Kiekvienas iš jų buvo užsirašęs arba esančiu iš pačių Raseinių, arba iš Ariogalos, arba iš Tytuvėnų, arba iš Šiluvos. Pati Magdalena Raseiniškė, išlydėjusi ir palaiminusi juos kelionėn, pastebėjo, kad Ariogalos ir Šiluvos žmonių skaičius kartu sudaro pusę žmonių iš pačių Raseinių skaičiaus, o Ariogalos ir Tytuvėnų žmonių kartu išskrido du kartus daugiau negu žmonių iš Šiluvos. Magdalena dar užsiminė, kad iš Ariogalos garantuotai išskrido seniūno padėjėjas Robertas Endrijaitis. Kiek žmonių komandoje buvo iš pačių Raseinių?
SPRENDIMAS
Pažymėkime pačių Raseinių atstovus raide R, Ariogalos – A, Tytuvėnų – T , o Šiluvos Š, tada, remdamiesi sąlyga, privalome rašyti

$$R + A + T + Š = 30.$$

Toliau turime pripažinti, kad

$$A + Š = (1/2)R$$

ir

$$A + T = 2Š.$$

O tai, kad iš Ariogalos tikrai kažkas išskrido, reiškia kad $A > 0$.
Iš sąlygos $A + Š = (1/2)R$ išeina, kad $2A + 2Š =$ (R ir todėl įrašius į pirmąją, pagrindinę sąlygą turėsime $3A + T + 3Š = 30$. Iš sąlygos $A + T = 2Š$ išspausime, kad $3A + T + 3Š = 2A + A + T + 3Š = 2A + 2Š + 3Š = 2A + 5Š = 30$.
Iš to, ką gavome, arba iš

$$2A + 5Š = 30$$

matome, kad A dalijasi iš 5, o Š yra lyginis. Vadinasi, Š yra 0, 2, 4 arba 6. Toliau, Š negali būti 0, nes tada ir A ir T bus nuliai, o pasakyta, kad iš Ariogalos kažkas yra. Jeigu Š būtų 2, tai tada būtų,

kad A + T = 2Š = 4, o kadangi A > 0 ir A dalijasi iš 5, tai A + T gali būti tik 4. Panašiai Š negali būti 6, nes tada A būtų 0, o yra ne taip.
Lieka vienintelė galimybė Š = 4, atvedanti prie A + T = 8, vadinasi, tada A, kaip besidalijantis iš 5, 5 ir yra lygus. Tada T yra 3 ir R = 30 – 5 – 3 – 4 = 18.
ATSAKYMAS
Į kosmosą iš pačių Raseinių išskrido 18 žmonių.

3.Magdalena Raseiniškė savo anūkui Rokui verda, pliko ir maišo dviejų stebuklingų arbatų – puplaiškių ir pelynų.- kokteilį. Anūkas Rokas tuos kokteilius labai noriai geria ir yra sveikas bet kuriuo metų laiku. Vienas pilnas firminis močiutės vienų puplaiškių arbatos kaušelis duoda Rokui energijos lygiai vienai valandai, o vienas pilnas firminis močiutės pelynų arbatos kaušelis duoda Rokui energijos jau ištisoms 4 valandoms
Kokiu santykiu reikėtų maišyti puplaiškių arbatą su pelynų arbata, kad gautume vieną pilną firminį močiutės Magdalenos Raseiniškės kokteilio kaušelį, duodantį mylimam anūkui Rokui energijos lygiai 2 valandoms?
SPRENDIMAS
Pagal sąlygą pilnas kaušelis grynai puplaiškių arbatos duotų energijos valandai, vadinasi, pusę puodelio duotų energijos pusvalandžiui – ketvirtis puodelio – 15 minučių ir taip toliau, vadinasi jeigu Magdalenos Raseiniškės anūkui ruošiamame arbatų mišinyje puplaiškių arbatos dalis sudaro M procentų, tai toji mišinio dalis suteiks energijos $\frac{M}{100}$ valandos.
Toliau matome, kad jeigu likusi mišinio dalis skaičiuojant procentais yra pelynų arbata, tai tos keturis kartus energetiškai stipresnės arbatos dalis procentais yra 100 – M ir ji duoda energijos $4 \cdot \frac{100 - M}{100}$ valandos.
Pagal sąlygą

$$\frac{M}{100} + 4 \cdot \frac{100 - M}{100} \equiv 2$$

ir

$$M + 4(100 - M) = 200.$$

Išsprendę gauname jog M yra

$$\frac{200}{3},$$

todėl

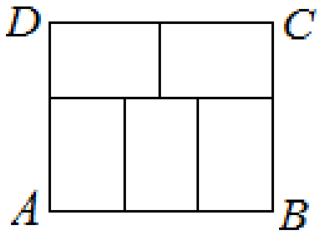
$$100 - M$$

yra

$$\frac{100}{3}$$

ir todėl arbatas reikia maišyti santykiu 2 : 1.
ATSAKYMAS.
Pilname Magdalenos Raseiniškės mišinio puodelyje puplaiškių ir pelynų arbatos mišinyje turi būti dvi dalys puplaiškių ir viena dalis pelynų arbatos, nes tada „puplaiškinė“ arbatų mišinio dalis duos arbatos dviem trečiosioms valandos, o „pelyninė“ dalis, kuri yra keturiskart „stipresnė“, duos energijos keturioms trečiosioms valandos, arba iš viso pilnas mišinio puodelis duos anūkui energijos dviems valandoms.

4. Močiutės darželyje buvo didžiulė stačiakampio *ABCD* formos lysvė. Močiutė paprašė anūkėlį Tadą parengti tos lysvės padalinimo į 5 vienodas lysveles planą taip, kad kiekvienos stačiakampės lysvelės perimetras būtų 20 raseiniškų metrų (žr. brėžinį). Kitą dieną anūkėlis labai nudžiugino močiutę tuo, kad jis ne tik padarė tai, ko buvo prašomas, bet dar ir nustatė, kokio ploto yra visa pradinė močiutės stačiakampio *ABCD* formos lysvė.



Kokio ploto yra pradinė didžiulė močiutės Magdalenos Raseiniškės lysvė?

SPRENDIMAS

Stačiakampiuko ilgesniąją kraštinę – jo ilgį – pažymėkime x, o jo plotį – y. Tada iš sąlygos, savaime suprantama, turime, kad $2x + 2y = 20$ arba $x + y = 10$.

Liaudies žodžiais atitariant visa skambėtų taip: stačiakampiuko ilgio ir pločio suma yra 10.

Pasižiūrėję į brėžinį puikiai matome, kad dvigubas stačiakampiuko ilgis yra toks pats kaip trigubas jo plotis arba $2x = 3y$.

Spręsdami drauge su lygtimi $x + y = 10$ neišvengiamai gausime, kad $x = 6$, o $y = 4$.

Antrą kartą paeiliui pasižiūrėję į brėžinį matome, kad pradinio stačiakampio *ABCD* plotas yra lygus jo ilgio $3y$ ($=2x$) ir jo pločio $x + y$ sandaugai arba $12 \cdot 10 = 120$ raseiniškų (jau kvadratinių) metrų.

ATSAKYMAS

Pradinio stačiakampio *ABCD* plotas yra 120 raseiniškų kvadratinių metrų.

5. Lygtį $xy + x + y = 3$ sprendžiame sveikaisiais skaičiais ir tuojau pat matome, jog, imdami ir x, ir y abu po 1, tikrai gauname teisingą lygybę. Mokslo bei protingų vadovėlių kalba tada ir sakoma, kad pora (1; 1) yra tos lygties sprendinys. Tęskite lygties sprendimą ir:

(I) Nurodykite kitą tos lygties sprendinį sveikaisiais skaičiais;

(II) Nurodykite dar du tos lygties sprendinius sveikaisiais skaičiais;

(III) Suraskite visus tos lygties sprendinius sveikaisiais skaičiais.

SPRENDIMAS

Visi daugybę kartų yra matę dauginį

$$(x+1)(y+1) \ = \ xy + x + y + 1,$$

kuris šiuo atveju yra pagrindinė technologinė uždavinio sprendimo dalis.

Lieka užrašyti, kad

$$xy + x + y + 1 = \ (x+1)(y+1) = 4$$

ir išvardinti visas galimybes 4 virsti dviejų sveikųjų skaičių sandauga, kurių yra 6, nes $4 = (-4) \cdot (-1) = (-2) \cdot (-2) = (-1) \cdot (-4) = 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 = 4 \cdot 1$.

Taip gautume 6 lygčių sistemas, kurios duotų 6 galimas sprendinių poras.

Pavyzdžiu galime paimti vieną iš 6 galimų sistemų

$$\begin{cases} x+1=-1 \\ y+1=-4 \end{cases}$$

duodančią vieną iš 6 sprendinių porų (-2,-5). Kitos poros yra (-3,-3), (-5, -2), (0, 3), (1, 1) ir (3, 0).

Vadinasi, yra šešios tinkamos sprendinių poros**.**

ATSAKYMAS Lygtis $xy + x + y = 3$ turi 6 sveikųjų sprendinių poras