

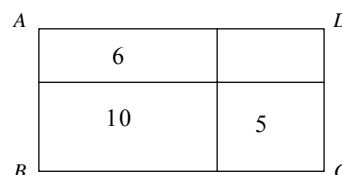


Rietavo antroji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

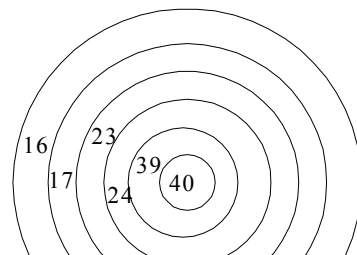
Rietavas, 2003 m. sausio 25 d.

Užduotis jaunesniųjų klasių moksleiviams

1. Stačiojo trikampio statinių ilgiai yra a ir b , o įžambinė lygi c . Įrodykite nelygybę $a + b \leq c\sqrt{2}$.
2. Stačiakampis $ABCD$ suskaidytas į keturias dalis, kaip pavaizduota brėžinyje. Žinomi trijų dalių plotai: 6, 10 ir 5 cm^2 . Apskaičiuokite stačiakampio $ABCD$ plotą.



3. Ar galima kvadrato formos stalą, kurio kraštinės ilgis 90 cm, visiškai uždengti dviem skritulio formos staltiesėmis, kurių skersmuo 1 m?
4. Išspręskite lygtį $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) = 144$.
5. Raskite visus lygties $9x + 2 = y(y+1)$ sprendinius $(x; y)$ su sveikaisiais skaičiais x ir y .
6. Kiek kartų reikia pataikyti į šį taikinį norint surinkti lygiai 100 taškų?
Pataikius į centrą, įskaitoma 40 taškų, pataikius į pirmąjį žiedą – 39 taškai, į antrąjį – 24 taškai, toliau atitinkamai – 23, 17 ir 16 taškų.



7. Marytė pasiūlė Petriukui tokį žaidimą su sveikaisiais skaičiais nuo 1 iki 5. Marytė pasirenka skaičių ir pasako jį Petriukui. Petriukas prie šio skaičiaus prideda kurį nors, kad gautų pirminį skaičių ir pasako rezultatą Marytei. Ji vėl sukonstruoja pirminį skaičių (pridedama kurį nors skaičių nuo 1 iki 5) ir pasako jį Petriukui. Žaidimas tęsiasi kol tokiu būdu nebebus įmanoma sudaryti pirminio skaičiaus. Laimi tas, kieno pirminis skaičius buvo paskutinis. Kaip turi žaisti Marytė, kad laimėtų žaidimą?

Pastaba. **Pirminiais skaičiais** vadinami natūralieji skaičiai, kurie dalijasi tik iš savęs ir vieneto. Skaičius 1 nelaikomas pirminiu.

8. Tarkime, $m = \overline{xyz}$ ir $n = \overline{uvw}$ yra skirtingi triženkliai natūralieji skaičiai. Iš jų sudaryti du šešiaženkliai skaičiai: \overline{uvwxyz} ir \overline{xyzuvw} . Įrodykite, kad šių skaičių skirtumas nesidalija iš 1996.
9. Skaičiai m ir n yra tarpusavyje pirminiai (neturi bendrų daliklių, didesnių už vieneta), o trupmena $\frac{3n-m}{5n+2m}$ yra suprastinama. Raskite skaičių, iš kurio galima šią trupmeną suprastinti?
10. Ar skaičių aibėje $\{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$ galima rasti tokius du skaičius, kurių sandauga lygi visų likusiųjų skaičių sumai?



Rietavo antroji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

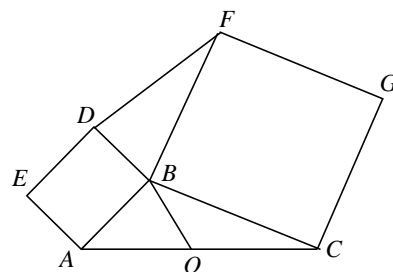
Rietavas, 2003 m. sausio 25 d.

Užduotis vyresniųjų klasių moksleiviams

1. Kiekvienas šios lentelės skaičius m turi koordinates $(x; y)$; čia x yra eilutės, kuriai priklauso m , pirmasis skaičius iš kairės, o y yra stulpelio, kuriam priklauso m , viršutinis skaičius. Taigi kiekvienas lentelės skaičius apibūdinamas savo koordinatėmis. Pavyzdžiui, skaičiaus 12 koordinatės yra $(10; 2)$, o skaičiaus 23 koordinatės yra $(17; 9)$. Raskite skaičiaus 2003 koordinates.

				1						
				2	3	4				
				5	6	7	8	9		
				10	11	12	13	14	15	16
				17	18
..

2. Iš trikampio ABC viršūnės B išvesta pusiauakraštinė BO , kurios ilgis 5 cm. Ant kraštinės AB nubrėžtas kvadratas $AEDB$, o ant kraštinės BC - kvadratas $BFGC$. Raskite atkarpos DF ilgį.



3. Lygiašoniame trikampyje, kurio pagrindas a , o šoninė kraštinė b , viršūnės kampas lygus 20° . Įrodykite, kad $a^3 + b^3 = 3ab^2$.
4. Keliais vienodo spindulio skrituliais galima visiškai uždengti dvigubai ilgesnio spindulio skritulį?
5. Išspręskite lygtį $\frac{4x}{4x^2 - 8x + 7} + \frac{3x}{4x^2 - 10x + 7} = 1$.
6. Apskaičiuokite sumą $1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 100 \cdot 2^{99}$.
7. Raskite visus natūraliuosius skaičius x , kurių skaitmenų sandauga lygi $x^2 - 10x - 22$.
8. Iš skaičių, kurie dalijasi iš 17, raskite tokį, kurio skaitmenų suma mažiausia.
9. Su dviem nelygiais nuliui natūraliaisiais skaičiais m ir n atlikti tokie veiksmai: 1) jie sudėti; 2) jie sudauginti; 3) iš didesniojo atimtas mažesnysis; 4) didesnysis padalytas iš mažesniojo. Sudėjus visus keturis rezultatus, gautas skaičius 243. Raskite natūraliuosius skaičius m ir n .
10. Kapitonas sako savo sūnui: "Pirmoje kajutėje keliauja ponas Jonas ir dvi jo dukros. Jų visų metų sandauga lygi 2450, o jų metų suma keturis kartus didesnė už tavo amžių. Ar gali pasakyti, koks šių trijų keleivių amžius". Sūnus, truputį pagalvojęs, atsakė: "Negaliu, nes trūksta vieno duomens". Kapitonas pridūrė: "Jonas 5 kartus vyresnis už vieną iš savo dukrų". Tuomet sūnus atsakė į užduotąjį klausimą. Kaip jis apskaičiavo pono Jono ir jo dukterų amžių?