

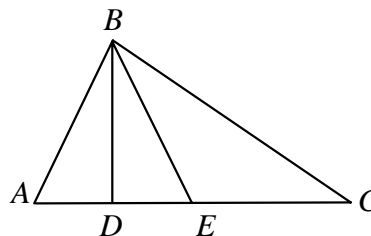


Rietavo trečioji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

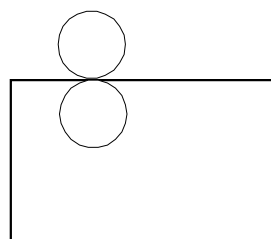
Rietavas, 2004 m. sausio 24 d.

Užduotis jaunesniųjų klasių moksleiviams

1. Iš trikampio ABC viršūnės B išvestos aukštinė BD ir pusiauakraštinė BE . Jos kampą B dalija į tris lygius kampus. Raskite trikampio ABC kampų dydžius.



2. Du apskritimai, kurių ilgiai lygūs 0,5 m (žr. brėžinį), rieda stačiakampio kraštinėmis – vienas išore, o kitas - vidumi. Stačiakampio ilgis - 2m, plotis - 1m. Kiek apsisukimų padarys kiekvienas apskritimas, nuriudėjęs visą stačiakampio perimetrą?



3. Duotas aritmetinis reiškinys $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$.
- Skliaustelius sudėliokite taip, kad jis būtų lygus 50.
 - Kaip reikia sudėlioti skliaustelius, kad reiškinys įgytų mažiausią galimą reikšmę?
 - Kaip reikia sudėlioti skliaustelius, kad reiškinys įgytų didžiausią galimą reikšmę?
4. Ratu surašyti 20 skaičių. Kiekvienas iš jų lygus abiejų savo kaimynų sumai. Apskaičiuokite visų tų dvidešimties skaičių sumą.
5. Raskite mažiausią natūralųjį skaičių, kuris, nubraukus jo pirmąjį skaitmenį, sumažėja 57 kartus.
6. Milijono natūraliųjų skaičių sandauga lygi milijonui. Kokią didžiausią reikšmę gali įgyti šių skaičių suma?
7. Į kvadrato 5×5 kiekvieną langelį įrašyti skaičiai 0 arba 1 taip, kad bet kurio jo 2×2 kvadratėlio trys skaičiai būtų vienodi. Kokią didžiausią reikšmę gali įgyti visos 5×5 lentelės skaičių suma?
8. Kelionė iš uosto A į uostą B trunka 15 parų. Kiekvieną dieną 12 valandą iš uosto A į uostą B ir tuo pačiu metu – iš B į A išplaukia garlaivis. Kiek garlaivis, išplaukęs iš uosto A, sutiks garlaivius, plaukiančius iš B į A?
9. Berniukas turi po vienodą seserų ir brolių skaičių. Jo sesuo turi du kartus daugiau brolių negu seserų. Kiek šioje šeimoje yra mergaičių ir kiek berniukų?
10. Laikrodžio rodyklės rodo pirmą valandą dienos. Raskite artimiausią laiko momentą, kai rodyklės sutaps.



Rietavo trečioji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas, 2004 m. sausio 24 d.

Užduotis vyresniųjų klasių moksleiviams

1. Ar yra toks natūralusis skaičius n , su kuriuo skaičiaus n^{2004} paskutiniai keturi skaitmenys yra 2004?
2. Koks triženklis skaičius yra lygus jo vienetų skaitmens kubui?
3. Natūralieji skaičiai nuo 1 iki 99999 iš eilės surašyti ilgoje popieriaus juostoje. Gautas skaičius yra 1234567891011121314.....999979999899999. Raskite šio skaičiaus skaitmenų sumą.
4. Apskaičiuokite sumą
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}.$$
5. Ar galima kvadratą padalyti į tris keturkampius taip, kad į kiekvieną iš jų būtų galima įbrėžti apskritimą (apskritimų spinduliai nebūtinai vienodi)?
6. Trikampio aukštinių ilgiai yra 3 cm, 4 cm ir 5 cm. Koks šis trikampis – smailusis, statusis ar bukasis?
7. Be skaičiuotuvų apskaičiuokite reiškinį $\log_2(\operatorname{tg}1^\circ) + \log_2(\operatorname{tg}2^\circ) + \dots + \log_2(\operatorname{tg}89^\circ)$.
8. Tegu $x > 0$, $y > 0$. Pažymėkime a - mažiausią iš trijų skaičių x , $y + \frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$, t.y. $a = \min(x, y + \frac{1}{x}, \frac{1}{y})$. Kokia gali būti didžiausia skaičiaus a reikšmė?
9. Raskite visas funkcijas $f(x)$, apibrėžtas realiųjų skaičių aibėje, tenkinančias lygybę $x(f(x) + f(-x) + 4) + 2f(x) + 2 = 0$.
10. Jonas ir Petras gyvena viename name. Kiekvienoje laiptinėje kiekviename aukšte yra po 4 butus. Jonas gyvena penktame aukšte 83 bute, o Petras – trečiame aukšte 169 bute. Kelių aukštų Jono ir Petro namas?