

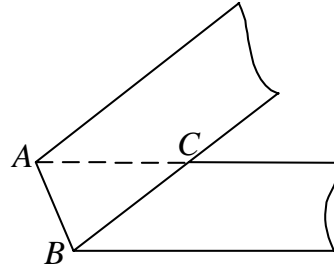


Rietavo ketvirtoji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas, 2005 m. sausio 29 d.

Užduotis jaunesniųjų klasių moksleiviams

1. Popierinė juostelė, kurios plotis 6 cm, sulenkta taip, kaip parodyta paveiksle. Persidengiančios juostelės dalys sudaro trikampį ABC . Kaip reikia perlenkti juostelę, kad trikampio ABC plotas būtų mažiausias? Raskite tą plotą.



2. Turistas dykuma turi įveikti 80 km. atstumą. Kuprinėje jis gali nešti maisto ir vandens atsargų tik trims dienoms. Per vieną dieną jis nueina 20 km. Pakeliui kas 20 km yra trys stovyklavietės, kuriose turistas gali palikti saugojimui maistą ir vandenį. Kaip turi keliauti turistas, kad kiekvieną kelionės dieną jis turėtų maisto ir vandens? Kiek mažiausiai dienų jis užtruks kelionėje?
3. Visi natūralieji skaičiai pradedant vienetu surašyti į eilę:
12345678910111213141516171819202122..... Koks šios eilės 2005-asis skaitmuo?

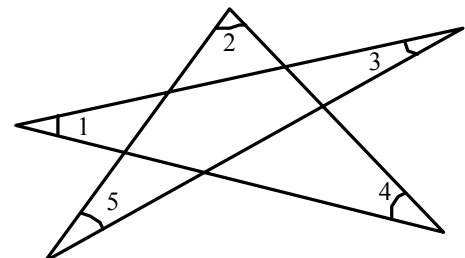
4. Vietoje žvaigždučių įrašykite tinkamus skaičius:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{*****} \\ \text{***} \\ \hline \text{**} \\ \text{**} \\ \hline \text{***} \\ \text{***} \\ \hline \mathbf{0} \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \text{**} \\ \hline \text{**8**} \end{array}$$

5. Ar galima 50 Lt banknotą iškeisti į penkiolika vieno ir penkių litų vertės monetų? Atsakymą pagrįskite.
6. Trikampio ABC kiekviena kraštinė trumpesnė negu 1cm, o trikampio DEF kiekviena kraštinė ilgesnė negu 100 m. Ar galimas atvejis, kad trikampio ABC plotas būtų didesnis už trikampio DEF plotą?
7. Įrodykite, kad su visomis nelygiomis nuliui realiosiomis a reikšmėmis galioja nelygybė
$$1 + \frac{1}{a^2} \geq \frac{2}{a} - \frac{11}{25a^2} + \frac{2}{5a}.$$
8. Pirmasis laikrodis per parą skuba 8 min, o antrasis - vėluoja 4 min. Vidudienį abu laikrodžiai rodo tikslių laiką - 12 valandą. Po kiek parų jie vėl rodys tikslių vidudienio laiką, jeigu abiejų laikrodžių skalėje pažymėtos visos paros valandos: 0 val., 1val., 2 val., ..., 11 val., 12 val., 13 val., ..., 22 val., 23 val.?

9. Raskite tokį natūralųjį triženklį skaičių n , kad skirtumas $328 - n$ būtų lygus savo skaitmenų sumai.

10. Apskaičiuokite penkiakampės žvaigždės (žr. pav.) kampų, pažymėtų skaičiais 1, 2, 3, 4, 5, sumą.



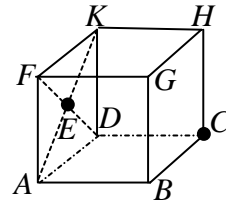


Rietavo ketvirtoji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas, 2005 m. sausio 29 d.

Užduotis vyresniųjų klasių moksleiviams

1. Kubo $ABCDFGHK$ briaunos ilgis 2 cm. Sienos $AFKD$ centre (taške E) yra voras. Koks trumpiausias voro kelias į tašką C kubo paviršiumi?



2. Jonas važiuodamas autobusu likus 10 sekundžių iki stotelės pastebėjo priešinga kryptimi einančią klasės draugę Ritą ir nusprendė su ja susitikti. Išlipęs iš autobuso jis ėmė vyti Ritą. Po kelių minučių nuo pastebėjimo momento Jonas pasivys draugę, jeigu Jono greitis yra du kartus didesnis negu Ritos ir penkis kartus mažesnis negu autobuso?
3. Ar dvidešimtženklame skaičiuje tarp jo skaitmenų nekeičiant jų tvarkos galima sudėlioti sudėties, atimties, daugybos ženklus bei skliaustus taip, kad atlikę veiksmus, gautume nulį?
4. Prisiminkime, kad natūraliojo skaičiaus n faktorialu vadiname $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Tegu $N = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$. Kurį dauginamąjį (faktorialą) iš šios skaičiaus N išraiškos reikia išbraukti, kad likusioji sandauga būtų natūraliojo skaičiaus kvadratas?
5. Trikampio kraštinių ilgiai yra a , b ir c , o jo plotas $S = \frac{1}{4}(a^2 + b^2)$. Apskaičiuokite trikampio kampus A , B ir C (kraštinė a yra prieš kampą A , b – prieš kampą B , c – prieš C).
6. Išspręskite nelygybę $(x^2 - 4x)^2 \geq 16$.
7. Išspręskite lygtį $2x^2 + 6xy + 5y^2 - 6y + 18 = 0$.
8. Raskite visas sveikųjų skaičių x ir y poras, su kuriomis galioja lygybė $x + y = x \cdot y$.
9. Vienas mokinys dviejų triženklių skaičių sandaugą $a \cdot b$ padalijo iš penkiaženkliai skaičiaus c , o kitas mokinys, nepastebėjęs tarp tų triženklių skaičių daugybos ženklo, šešiaženkliai skaičių padalijo iš to paties penkiaženkliai skaičiaus c . Raskite triženklus skaičius a ir b bei penkiaženkliai skaičių c , jeigu antrojo mokinio gautas dalmuo yra 3 kartus didesnis negu pirmojo mokinio gautas dalmuo.
10. Lygiašonio trikampio ABC viršūnės kampas B lygus 20° (žr. pav.). Šoninėse kraštinėse atidėti taškai D ir K . Be to, kampas DCA lygus 60° , o kampas KAC lygus 50° . Apskaičiuokite kampą CDK .

