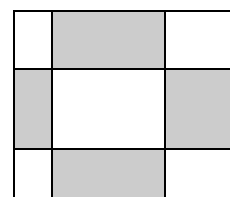




## RIETAVO SEPTINTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA MOKYTOJO KAZIO ŠIKŠNIAUS TAUREI LAIMĖTI

Rietavas, 2008 m. gruodžio 13 d.  
Užduotis jaunesniųjų klasių mokiniams  
Uždavinių sprendimo trukmė – 2 val.

- 2007 m. bibliotekoje knygų skaičius padidėjo 0,4 %, o 2008 m. – 0,8 %. Koku knygų skaičiumi padidėjo bibliotekos knygos per 2008 metus, jei jis prieš 2007 metus buvo ne didesnis negu 50 000?
- Trikampio  $ABC$  aukštinė, nuleista iš viršūnės  $C$  yra ne mažesnė už kraštinę  $AB$ , o aukštinė, nuleista iš viršūnės  $A$  yra ne mažesnė už kraštinę  $BC$ . Apskaičiuokite kampą  $ABC$ .
- Dėžėje 22 rutuliai, kurių kiekvienas nudažytas dviem spalvomis – pusė rutulio viena spalva, kita pusė – kita spalva; 10 rutulių yra raudoni–mėlyni, 7 rutuliai mėlyni–žali ir 5 rutuliai yra žali–raudoni. Kiek mažiausiai rutulių reikia išimti (nežiūrint), kad būtų teisingas teiginys: atsiras tokia spalva, kuria dažyti ne mažiau kaip 5 rutuliai?
- Ant devynių kortelių surašyti skaitmenys 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (ant kiekvienos – po vieną skaitmenį). Iš šių kortelių sudarykite 5 skaičius  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , kad galiotų lygybės  $x_2 = 2x_1, x_3 = 3x_1, x_4 = 4x_1, x_5 = 5x_1$ .
- Raskite natūralųjį skaičių  $n = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_{k-1} a_k}$ , pasižymintį savybėmis  $3 \cdot n = \overline{a_2 a_3 \dots a_{k-1} a_k a_1}$  ir  $5 \cdot n = \overline{a_k a_1 a_2 a_3 \dots a_{k-1}}$ .
- Kiek tarp skaičių 1, 2, 3, ..., 500 yra nesidalijančių nei iš 2, nei iš 3?
- Išspręskite lygtį  $2x^2 - 6xy + 9y^2 - 12x + 36 = 0$ .
- Įrodykite, kad lygtis  $x^3 + 3x^2 + 2x + 2008 = 0$  neturi sveikųjų sprendinių.
- Atstumas tarp Rietavo ir Gargždų 28 km. Du draugai Jonas Rietaviškis ir Petras Gargždiškis vienu metu išvažiavo į kelionę dviračiais: Jonas – į Gargždus, Petras – į Rietavą. Po valandos jie susitiko ir be sustojimo (tik pamojavo vienas kitam) tęsė kelionę. Jonas Rietaviškis atvyko į Gargždus 35 min anksčiau negu Petras Gargždiškis į Rietavą. Raskite dviratinių greičius.
- Stačiakampis  $5 \times 7$  (centimetrais) padalytas į 9 stačiakampius, kurie nudažyti šachmatiškai (žr. pav.). Visų nudažytų stačiakampių perimetrų suma lygi visų baltųjų stačiakampių perimetrų sumai. Apskaičiuokite viduriniojo balto stačiakampio perimetrą.






## RIETAVO SEPTINTOJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA MOKYTOJO KAZIO ŠIKŠNIAUS TAUREI LAIMĖTI

Rietavas, 2008 m. gruodžio 13 d.

Užduotis vyresniųjų klasių mokiniams  
Uždavinių sprendimo trukmė – 2val.

1. Ar galima rasti 5 natūraliuosius skaičius, kad visų galimų jų porų sumos sudarytų dešimt iš eilės einančių natūraliųjų skaičių?
2. Įrodykite, kad skaičius  $\underbrace{111\dots1}_{n} \dots \underbrace{555\dots5}_{n-1} 56$  yra natūraliojo skaičiaus kvadratas.
3. Lentoje parašyti skaičiai 1, 2, 3, ..., 2009. Galima nutrinti bet kuriuos du skaičius vietoje vieno iš jų parašant jų skirtumą arba jų sumą. Ar kartojant šią procedūrą galima gauti nulį?
4. Trikampio perimetras 63 cm, o viena jo kraštinė lygi 21 cm. Raskite kitas dvi kraštines, jeigu viena trikampio pusiau kraštinė yra statmena vienai iš pusiau kampinių.
5. Kiek mažiausiai figūrų  reikia, kad jas išdėsčius (vartyti galima)  $n \times n$  kvadrato, jame nebetilptų nė viena tokia figūra neuždengdama kitų? Atsakymą pagrįskite brėžiniu. Išspręskite uždavinį, kai  $n = 4$  ir kai  $n = 5$ .
6. Raskite reiškinio  $\frac{x}{y} + \frac{z}{t}$  mažiausią reikšmę, jeigu  $1 \leq x \leq y \leq z \leq t \leq 100$ .
7. Teigiami skaičiai  $a, b, c$  ir  $d$  tokie, kad  $abcd = 1$ . Įrodykite, kad  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + ac + ad + bc + bd + cd \geq 10$ .
8. Natūraliųjų skaičių padauginę iš jo skaitmenų sumos gauname 2008. Koks tai skaičius?
9. Jonas Rietaviškis mėgsta važinėti dviračiu. Jis, nuvažiavęs pusę numatyto kelio, padidino greitį 25 % ir kelionės tikslą pasiekė 0,5 h anksčiau negu planavo. Kiek laiko Jonas užtruko kelyje?
10. Apibrėžkime dviejų teigiamų skaičių  $a$  ir  $b$  „žemaitišką sandaugą“ lygybe  $a * b = a^b$ . Apskaičiuokite reiškinį

$$\frac{3 * (3 * (3 * 1))}{((3 * 1) * 3) * 3}$$