

**ŠIRVINTŲ KRAŠTO
KOMANDINIS MATEMATIKOS KONKURSAS
MOKYTOJO ANTANO KULIEŠIAUS
TAUREI LAIMĖTI**

Širvintų Lauryno Stuokos-Gucevičiaus gimnazija,
2013 m. spalio 18 d.

**UŽDAVINIAI
jaunesniųjų klasių mokiniams**

1. Kiek yra triženkliai skaičiai, kurių paskutinis skaitmuo lygus pirmųjų dviejų skaitmenų sandaugai?
2. Raskite du triženklus skaičius, iš kurių vienas yra 7 kartus didesnis už kitą, o jų suma dalijasi iš 424.
3. Dviejų realiųjų skaičių suma lygi 2. Įrodykite, kad jų sandauga negali būti didesnė už 1.
4. Dviem skirtingos talpos sunkvežimiais krovinį galima pervežti penkiais reisais. Jeigu krovinį vežtų tik vienas sunkvežimis, tai jam reiktų 15 reisų, kad pervežtų 75 % krovinio. Kelis kartus daugiau krovinio galima pervežti didesnės talpos sunkvežimiu?
5. Dvidešimt penki mandarinai kainuoja tiek litų, kiek mandarinų galima nupirkti už vieną litą. Kiek mandarinų galima nupirkti už tris litus?
6. Taros supirktuvė priima 0,5 l, 0,7 l ir 1 l stiklainius. Jau supirktų 2500 stiklainių bendra talpa yra 2013 litrų. Įrodykite, kad tarp jų yra bent vienas 0,5 l talpos stiklainis.
7. Jei statinėje trūktų (iki pilnos) 30 % vandens, tai joje būtų 30 litrų daugiau vandens, negu tada, kai į ją būtų įpilta 30 % vandens. Kokia statinės talpa?
8. Šachmatų meistras žaidė simultaną 4 valandas. Po 2 valandų žaidimo jis 20 % simultano partijų laimėjo ir keturias partijas pralaimėjo. Per kitas 2 valandas jis laimėjo 60 % likusių partijų, tris partijas pralaimėjo ir penkias baigė lygiosiomis. Su keliais šachmatininkais žaidė meistras?
9. Išspręskite lygčių sistemą
$$\begin{cases} x^2 + xy + x = 10, \\ y^2 + xy + y = 20. \end{cases}$$
10. Į statųjį trikampį ABC įbrėžtas pusapskritimis, kurio centras O yra įžambinėje AC , o spindulys lygus 3. Pusapskritimis liečia trikampio statinius. Apskaičiuokite trikampio ABC plotą, jei $OC = 5$.

**ŠIRVINTŲ KRAŠTO
KOMANDINIS MATEMATIKOS KONKURSAS
MOKYTOJO ANTANO KULIEŠIAUS
TAUREI LAIMĖTI**

Širvintų Lauryno Stuokos-Gucevičiaus gimnazija,
2013 m. spalio 18 d.

**UŽDAVINIAI
vyresniųjų klasių mokiniams**

- Po rekonstrukcijos dalis staklių iš cecho buvo pašalinta. Pašalintų staklių procentų skaičius lygus likusių staklių skaičiui. Koks mažiausias staklių skaičius galėjo būti ceche iki rekonstrukcijos.
- Per grybavimo varžybas Rūta rado baravykų, raudonikių ir rudmėsių; iš viso 41 grybą. Jos pintinėje tarp bet kurių 33 grybų yra ne mažiau kaip 3 raudonikiai. Tarp bet kurių 30 grybų rastume bent 2 baravykus, o tarp bet kurių 25 grybų – bent vieną rudmėsę. Kiek baravykų ir kiek raudonikių rado Rūta?
- Natūraliojo skaičiaus ir jam atvirkščio skaičiaus (skaičiaus, užrašyto atvirkščia skaitmenų tvarka) sandauga lygi 692 443. Raskite tą skaičių.
- Dviejų realiųjų skaičių suma lygi 2. Įrodykite, kad tų skaičių kubų suma nemažesnė už 2.
- Natūralieji skaičiai, pradedant 1, rašomi į vieną eilę. Koks skaitmuo bus 2013-oje pozicijoje?
- Įrodykite, kad skaičius $9999 \cdot 3^{2013} - 111 \cdot 7^{2013}$ dalijasi iš 5.
- Įrodykite, kad
$$\frac{x+y}{1+x+y} < \frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y},$$
jei $x > 0$ ir $y > 0$.
- Kvadratinio trinario $x^2 + ax + b$ koeficientai a ir b yra sveikieji skaičiai, tenkinantys sąlygą $a \cdot b = 2^{2013}$. Kiek yra tokių koeficientų porų (a ; b), kurioms esant kvadratinio trinario šaknys yra realieji skaičiai?
- Išspręskite lygčių sistemą
$$\begin{cases} xy = 1 + x + y, \\ yz = 5 + y + z, \\ zx = 2 + z + x. \end{cases}$$
- Stačiojo trikampio aukštinės, nuleistos į įžambinę, ilgis lygu 1. Apskaičiuokite trikampio plotą, jei vienas šio trikampio kampas lygus 15° .