

**ŠIRVINTŲ KRAŠTO  
KETVIRTASIS KOMANDINIS MATEMATIKOS KONKURSAS  
MOKYTOJO ANTANO KULIEŠIAUS  
TAUREI LAIMĖTI**

Širvintų Lauryno Stuokos-Gucevičiaus gimnazija,  
2016 m. spalio 21 d.

**UŽDAVINIAI  
jaunesniųjų klasių mokiniams**

1. Skaičiai 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ir 9 bet kuria tvarka surašomi uždaru ratu. Tada jungiant (pagal laikrodžio rodyklę) po tris iš eilės einančius skaičius sudaromi 9 triženkliai skaičiai. Raskite šių triženklių skaičių sumą.
2. Atsukus karšto vandens čiaupą, vonia pripildoma per 23 minutes, o atsukus šalto vandens čiaupą – per 17 minučių. Šeimininkė iš pradžių atsuko karšto vandens čiaupą. Po kelių minučių ji turėtų atsukti dar ir šalto vandens čiaupą, kad pilnoje vonioje karšto vandens būtų 1,5 karto daugiau negu šalto?
3. Du dviratininkai važiuoja (pastoviu greičiu) ratu, kurio ilgis 170 metrų. Važiuodami priešingomis kryptimis, jie susitinka kas 10 sekundžių. O kai abu važiuoja ta pačia kryptimi, vienas pasiveja kitą kas 170 sekundžių. Apskaičiuokite dviratininkų greitį.
4. Nustatykite, ar įmanoma kvadratą, kurio kraštinė 1,5 m, uždengti trimis kvadratais, kurių kraštinė lygi 1 m?
5. Lentoje yra užrašyti septyni skirtingi natūralieji skaičiai. Lygiai penki iš jų dalijasi iš 3, lygiai penki – iš 5 ir lygiai penki – iš 7. Tegu  $m$  yra didžiausias iš visų septynių skaičių. Kokia galėtų būti mažiausia  $m$  reikšmė?
6. Iš pradžių juodu rašikliu kuria nors tvarka ratu surašomi visi skaičiai nuo 1 iki 10. Tada raudonu rašikliu į kiekvieną gretimų skaičių tarpą įrašomas didesnio ir mažesnio skaičiaus skirtumas. Nustatykite, kokia galėtų būti pati mažiausia raudonųjų skaičių suma.
7. Raskite tokį natūralųjį skaičių  $A$ , sudarytą iš nelygių nuliui skaitmenų, kad jo ir skaičiaus  $B$ , gauto iš  $A$  išbraukus kurį nors vieną jo skaitmenį, suma būtų lygi 1579.
8. Skaičius  $a$  yra lygties  $x^3 - 12x + 8 = 0$  sprendinys. Nustatykite, ar skaičius  $2 - \frac{4}{a}$  taip pat yra šios lygties sprendinys.
9. Trikampyje  $ABC$  galioja lygybė  $AC = 2AB$ , pusiaukampinė  $AE$  lygi atkarpai  $EC$ . Raskite kampą  $ABC$ .
10. Iškilajo keturkampio  $ABCD$  kraštinė  $AD$  lygi kraštinei  $CD$ ,  $\angle ADB = 60^\circ$ ,  $\angle BDC = 40^\circ$  ir  $\angle ABC = 130^\circ$ . Raskite kampą  $BAC$ .

# ŠIRVINTŲ KRAŠTO KETVIRTASIS KOMANDINIS MATEMATIKOS KONKURSAS MOKYTOJO ANTANO KULIEŠIAUS TAUREI LAIMĖTI

Širvintų Lauryno Stuokos-Gucevičiaus gimnazija, 2016 m. spalio 21 d.

## UŽDAVINIAI vyresniųjų klasių mokiniams

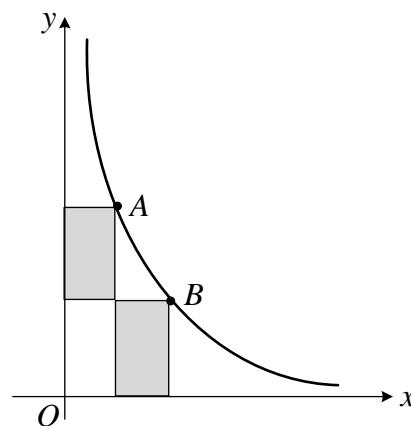
1. Sveikieji skaičiai  $m$ ,  $n$  ir  $k$  yra tokie, kad  $k^2 - m^2 - n^2 = 2(m-n)(k-m+n)$ . Įrodykite, kad  $2mn$  yra sveikojų skaičiaus kvadratas.

2. Nustatykite, ar yra bent vienas natūraliųjų skaičių  $a$ ,  $b$  ir  $c$  trejetas, kuriam esant  $(a+b)(b+c)(c+a) = 340$ .

3. Stačiakampėje Dekarto koordinačių sistemoje nubrėžtas funkcijos

$$y = \frac{k}{x}, \quad k > 0, \text{ grafikas.}$$

Pasirinkus du skirtingus taškus  $A$  ir  $B$  nubrėžti statmenys į koordinačių sistemos ašis (žr. 1 pav.). Nustatykite, kurio nuspalvinto stačiakampio plotas yra didesnis.



1 pav.

4. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{8}{3}, \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{12}{5}, \\ \frac{zx}{z+x} = \frac{24}{7}. \end{cases}$$

5. Gimnazistas Jonas lentoje užrašė savo sugalvotą skaičių  $A$ , tarp kurio skaitmenų nėra nulių, ir skaičių  $B$ , gautą iš  $A$ , nubraukus vieną jo skaitmenį. Sudėjęs  $A$  ir  $B$  gavo 2016. Tada jo klasės draugė Agnė užrašė mažesnę už  $A$  skaičių  $C$ , taip pat neturintį nė vieno nulio, ir skaičių  $D$ , gautą iš  $C$ , nubraukus vieną jo skaitmenį. Sudėjusi  $C$  ir  $D$  gavo 2017. Raskite Jono sugalvotą skaičių  $A$ .

6. Šachmatų varžybose tarp studentų grupių  $A$  ir  $B$  kiekvienas vienos grupės studentas turėjo sužaisti su kiekvienu kitos grupės studentu po vieną partiją. Bet į varžybas neatvyko vienas grupės  $A$  studentas ir vienas grupės  $B$  studentas, todėl bendras sužaistų partijų skaičius sumažėjo 20 procentų. Nustatykite, kiek studentų dalyvavo šiose šachmatų varžybose.

7. Raskite visas natūraliųjų skaičių  $x$  ir  $y$  poras  $(x; y)$ , kurioms esant galioja lygybė

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 = 100.$$

8. Raskite visus natūraliuosius skaičius  $m$ , kuriems esant galioja lygybė

$$m^2 + 13m + 30 = m!$$

(čia  $m! = m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$  yra skaičiaus  $m$  faktorialas).

9. Trapecijos  $ABCD$  pagrindai  $AD = 9$ ,  $BC = 4$ . Šoninėse kraštinėse  $AB$  ir  $CD$  atitinkamai pažymėti taškai  $K$  ir  $L$  tokie, kad tiesės  $KL$  ir  $AD$  yra lygiagrečios. Be to,  $\angle BCK = \angle ACK$  ir  $\angle CAL = \angle DAL$ . Raskite trapecijos įstrižainės  $AC$  ilgį.

10. Atkarpa  $CD$  yra trikampio  $ABC$  pusiaukampinė, į trikampį  $BCD$  įbrėžto apskritimo centras sutampa su apie trikampį  $ABC$  apibrėžto apskritimo centru. Raskite trikampio  $ABC$  kampus.