

**ŠIRVINTŲ KRAŠTO  
PENKTASIS KOMANDINIS MATEMATIKOS KONKURSAS  
MOKYTOJO ANTANO KULIEŠIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Širvintų Lauryno Stuokos-Gucevičiaus gimnazija,  
2017 m. spalio 20 d.

**UŽDAVINIAI  
jaunesniųjų klasių mokiniams**

1. Lygiai devintą valandą iš Raseinių į Širvintas išvyko automobilis, o tuo pačiu metu iš Širvintų į Raseinius išvyko motociklas. Tiek automobilis, tiek motociklas važiuoja pastoviu greičiu. Po valandos automobilis buvo pusiaukelėje tarp motociklo ir Raseinių. Kurią valandą automobilis bus pusiaukelėje tarp motociklo ir Širvintų?
2. Nustatykite, keliais būdais skaičių 2017 įmanoma užrašyti dviejų natūraliųjų skaičių kvadratų skirtumu.
3. Visus 10 skaitmenų (0, 1, 2, 3, ..., 9) išdėstykite eilutėje taip, kad pasirinkus bet kuriuos tris iš eilės parašytus skaitmenis, kurių nors dviejų suma būtų 7.
4. Skaičių 12 345 679 padauginus iš 9, gaunamas skaičius 111 111 111. Iš kokio skaičiaus reikia padauginti skaičių 12 345 679, kad rezultatas būtų 999...9?
5. Skaičiaus paskutinis skaitmuo 2. Perkėlus šį skaitmenį į skaičiaus pradžią, gaunamas dvigubai didesnis skaičius. Raskite mažiausią tokią savybę turintį skaičių.
6. Raskite  $xy$ , jei žinoma, kad  $x + y = 4$  ir  $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = 40$ .
7. Raskite visas sveikųjų skaičių  $x$  ir  $y$  poras  $(x; y)$ , kurioms esant galioja lygybė  $x^2 - 6xy + 13y^2 = 29$ .
8. Ant stalo yra dvi riešutų krūvelės. Dviese Ugnė ir Naglis žaidžia tokį žaidimą – atėjus jo eilei žaidėjas vienos krūvelės riešutus sudeda į krepšelį, o kitą krūvelę padalija (savo nuožiūra) į dvi naujas krūveles. Žaidimą laimi tas, kuriam pasiseka taip padalyti ant stalo paliekamą riešutų krūvelę į dvi, kad kitas žaidėjas nebegalėtų nė vienos iš jų padalyti į dvi.  
Nustatykite, ar Naglis gali visada laimėti, jei žaidimą pradeda Ugnė, o ant stalo yra 24 riešutai vienoje krūvelėje ir 19 riešutų kitoje.
9. Trikampio  $ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 40^\circ$ , kraštinėse  $AB$  ir  $BC$  atitinkamai pažymėti taškai  $D$  ir  $E$  tokie, kad  $\angle EAD = 5^\circ$ ,  $\angle ECD = 10^\circ$ . Raskite kampą  $EDC$ .
10. Duotas kvadratas, kurio kraštinė lygi 1. Ar galima šį kvadratą supjaustyti į 7 stačiakampius, taip, kad kiekvieno perimetras būtų lygūs 2?

**ŠIRVINTŲ KRAŠTO  
PENKTASIS KOMANDINIS MATEMATIKOS KONKURSAS  
MOKYTOJO ANTANO KULIEŠIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Širvintų Lauryno Stuokos-Gucevičiaus gimnazija,  
2017 m. spalio 20 d.

**UŽDAVINIAI**

**vyresniųjų klasių mokiniams**

1. Pagal testamentą pirklio sūnūs po tėvo mirties gavo tokias jo palikimo dalis (auksiniais): vyriausias sūnus gavo 100 auksinų ir  $\frac{1}{6}$  to, kas liko; antras (pagal amžių) sūnus gavo 200 auksinų ir  $\frac{1}{6}$  to, kas liko, ir t. t. Jauniausias sūnus gavo visus likusius pinigus. Išėjo taip, kad visi sūnūs gavo po lygiai. Raskite pirklio sūnų skaičių ir jo palikimą (auksiniais).
2. Nustatykite, keliais būdais skaičių 2017 įmanoma užrašyti dviejų natūraliųjų skaičių kvadratų skirtumu.
3. Apskaičiuokite reiškinio  $\frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{c+a} + \frac{c+a}{a+b}$  reikšmę, jeigu  $\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{c+a} + \frac{c-b}{a+b} = 1$ .
4. Raskite nelygybių sistemos  $\begin{cases} x > 1, \\ x^4 > 4x - 3 \end{cases}$  sprendinių aibę.
5. Nustatykite, ar bent viena iš lygčių  $19px^2 + mx + 95 = 0$  ir  $95x^2 + nx - 19p = 0$  turi nors vieną sprendinį, jei  $p, m, n \in \mathbf{R}$ ,  $p \neq 0$ .
6. Reiškinių  $\frac{2a^2}{1+a^2}$  reikšmė, kai  $a = x$ , lygi  $y$ , o jo reikšmė, kai  $a = y$ , lygi  $x$ . Raskite visas tokių realiųjų skaičių  $x$  ir  $y$  poras  $(x; y)$ .
7. Išspręskite lygčių sistemą  $\begin{cases} x^2 - 6yz + 2y^2 = 1, \\ 3y^2 - 4xy + 9z^2 = -1. \end{cases}$
8. Ant stalo yra dvi riešutų krūvelės. Dviese Ugnė ir Naglis žaidžia tokį žaidimą – atėjus jo eilei žaidėjas vienos krūvelės riešutus sudeda į krepšelį, o kitą krūvelę padalija (savo nuožiūra) į dvi naujas krūveles. Žaidimą laimi tas, kuriam pasiseka taip padalyti ant stalo paliekamą riešutų krūvelę į dvi, kad kitas žaidėjas nebegalėtų nė vienos iš jų padalyti į dvi.  
Nustatykite, ar Naglis gali visada laimėti, jei žaidimą pradeda Ugnė, o ant stalo yra 23 riešutai vienoje krūvelėje ir 27 riešutai kitoje.
9. Iškiliojo keturkampio  $ABCD$ ,  $BC = 1$ ,  $AD = 3$ , kampai  $ABC$  ir  $BAD$  yra lygūs. Įrodykite, kad  $CD > 2$ .
10. Kvadrato  $ABCD$  kraštinėje  $AD$  pasirinktas taškas  $E$ , o kraštinėje  $BC$  – taškas  $F$  taip, kad  $BE = EF = FD = 30$ . Raskite kvadrato  $ABCD$  plotą.