

4. Kielė Kamilė iš kažkur turi 18 monetų, iš kurių net 17 yra visiškai vienodos, o likusioji 18-ta moneta yra kiek lengvesnė už likusias monetas. Visos 18 monetų kartu sveria 214 gramų ir tuo Kamilė kažkodėl labai didžiuojasi. Po to, kai ji kiek neatsargiai kažkurią dvi monetas paskolino Kaimynei Šarkai, tai likusios 16 monetų jau svėrė tik 190 gramų. Ar tik tiek žinodamas ir šiuo metu numizmatika labai susidomėjęs Arklys Dominykas jau galėtų, būdamas, kaip žinia, gana gudrus, teisingai nuspręsti, kiek gi sveria toji vienintelė lengvesnė moneta?

5. Arklio Dominyko karalijos brangakmenių skyriuje buvo dvi dėžutės, kuriose buvo po 3 brangakmenius. Kai vieną brangakmenį, kainuojantį 5000 eurų, Kielė Kamilė labai atsargiai perkėlė iš vienos dėžutės į kitą, tai karalijos analitikai nustatė, kad vidutinė brangakmenių kaina ir vienoje, ir kitoje dėžutėje padidėjo lygiai vienu tūkstančiu eurų. Apdairučiui Asiliukui Apolinarui labai parūpo sužinoti, kiek kainavo visi 6 abiejų dėžučių brangakmeniai kartu. Padėkite jam sužinoti tą kainą.

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

**XX LIETUVOS 7-8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ
MATEMATIKOS OLIMPIADA**

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2018 09 29

1. Vieną kartą Arklys Dominykas ėmė ir susapnavo tokį pranašišką sapną. Jame jis regėjo 2081 metų Vilniaus universiteto 7-8 klasių mokinių olimpiadą ir matė, kad joje buvo sprendžiama – nieko sau – 18 uždavinių, kiekvieną uždavinį vertino 4 vertintojai, o kiekvienas vertintojas dalyvavo vertindamas lygiai šešis uždavinius.

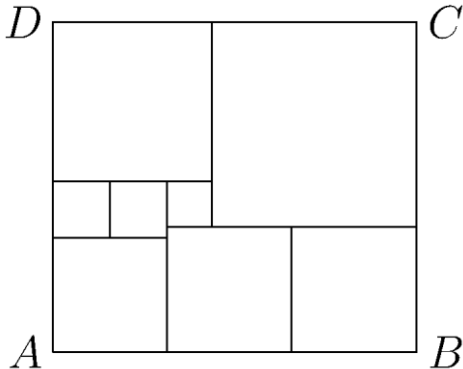
Pabudęs Dominykas iš visų jėgų stengėsi suvokti, kiek iš viso vertintojų buvo toje olimpiadoje. Padėkite jam.

- (A) 15 (B) 18 (C) 12 (D) 10 (E) 16

2. Arklio Dominyko karalijos brangakmenių skyriuje gulėjo dvi tokios dėžutės, kuriose buvo po 3 brangakmenius. Kai vieną brangakmenį, kainuojantį 5000 eurų, Kielė Kamilė labai atsargiai perkėlė iš vienos dėžutės į kitą, banko analitikai bematant nustatė, kad vidutinė brangakmenių kaina ir vienoje, ir kitoje dėžutėje padidėjo lygiai vienu tūkstančiu eurų. Prisistačiusiam Asiliukui Apolarui pirmiausiai labai parūpo globalūs dalykai – kiek iš viso kainavo tie visi 6 abiejų dėžučių brangakmeniai?

3. Arklys Dominykas turi septynias pinigines, pirmoje yra vienas euras, antroje – du eurai, trečioje – trys ir taip toliau (kitai tariant, kiekvienoje piniginėje yra tiek eurų, koks yra piniginės numeris). Visą vasarą sunkiai plušėjęs prie miško paruošos darbų, Dominykas uždirbo visai padorią sumą, iškeitęs ją 1 euro monetomis supylė maišan ir pradėjo tokią nuoseklią savo piniginių papildos operaciją: jis vėl ir vėl ima po 5 vieno euro monetas ir deda jas po vieną į penkias skirtingas pinigines, stengdamasis padaryti taip, kad visose septyniose jo piniginėse būtų po tiek pat pinigų. Kiek mažiausiai tokių poėmių jis turės atlikti?

4. Barsukas Narimantas sunku įsivaizduoti kaip labai mėgsta tvarkingas bet neapvalias geometrines formas – trikampių, stačiakampių ir ypač kvadratus. Kartą jo akiratyje atsidūrė toks stačiakampis $ABCD$, kurio ilgis AB buvo 32 ir kuris buvo padalintas į kvadratus taip, kaip ir Jūs matote pateiktame brėžinyje. Jūs nepatikėsite, bet praslinkus ištisam pusvalandžiui Barsukui Narimantui dar vis nebuvo iki galo aišku, kam gi yra lygus to stačiakampio plotis AD ?



Tik po to, kai prie Narimanto prilėkė Kielė Kamilė, jiems palengvėle ėmė aiškėti, kaip čia užbaigus spręsti tą uždavinį, ir jie suskaičiavo, kad plotis AD iš tikrųjų yra lygus

- (A) 26 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 30.

5. Arklys Dominykas nepasakytum, kad būtų pats greičiausias aritmetikas ar logikos specialistas pasaulyje, bet pasamprotauti, kiek, ko ir kur gali nutikti, turėdamas laiko labai mėgsta. Neseniai naršydamas internete jis užtiko vieną protavimo ir sumavimo testą, kurio dalyviai turi atsakyti į 10 klausimų. Klausimai yra dviejų rūšių: sunkūs arba lengvi. Po neatsakymo klausimo visada duodamas lengvas, po atsakymo – sunkus klausimas; pirmas testo klausimas visada sunkus. Teisingai atsakęs į sunkų klausimą dalyvis gauna 5 taškus, teisingai atsakęs į lengvą – 3 taškus. Už klaidingą atsakymą visada nuskaičiuojamas vienas taškas (taigi galutinis rezultatas gali būti ir neigiamas). Arklių Dominyką sudomino, kiek gali būti skirtingų tokio testo rezultatų.

- (A) 20 (B) 26 (C) 27 (D) 30 (E) 25

6. Arklio Dominyko draugas Asiliukas Apolinaras dažnai mėgsta patikrinti jo skaitinę ištvermę. Kartą jis sako Dominykui:

– Įsivaizduok dvi begalines skaičių eilutes. Pirmoje surašyti visi skaičiai 29 kartotiniai:

29, 58, 87, 116, 145,

Antroje eilutėje po kiekvienu pirmos eilutės skaičiumi parašyta jo skaitmenų suma:

11, 13, 15, 8, 10,

Ar galėtum man įrodyti, kad kiekvienas skaičius, kartą pasirodęs apatinėje eilutėje, pasirodo joje be galo daug kartų?

– Elementaru, – atsakė Dominykas, – aš net žinau, koks yra mažiausias skaičius apatinėje eilutėje ir koks skaičius parašytas virš jo, kai tas mažiausias skaičius pasirodo pirmą kartą,

Ar ir jums viskas taip pat akivaizdu, kaip ir Arkliui Dominykui?