



Rietavo XVII komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas
2018 11 09
9 – 10 klasės

1 uždavinys. Grupė vaikų nori pasidalinti po lygiai tam tikrą pinigų sumą. Jei kiekvienas vaikas gautų po 60 centų, tai liktų 2 eurai ir 10 centų. Bet jei visa pinigų suma būtų 20 centų didesnė, tai kiekvienas vaikas gautų po 70 centų. Kiek vaikų yra grupėje?

2 uždavinys. Taškas X yra kvadrato $ABCD$ išorėje, o taškas Y – kvadrato viduje. Trikampiai ABX ir ADY yra lygiakraščiai. Įrodykite, kad $XY = AC$.

3 uždavinys. Salomėja kiekvienu ėjimu nutrina lentoje esantį skaičių ir vietoj jo užrašo arba dukart didesnį, arba trimis mažesnį. Ant lentos užrašytas skaičius 11. Kiek mažiausiai ėjimų reikia Salomėjai, kad iš 11 gautų 25?

4 uždavinys. Šiandien (2018 m. lapkričio 9 d.) yra Gabijos gimtadienis. Ji pastebi, kad jos amžius lygus keturių jos gimimo metų skaitmenų sumai. Kiek Gabijai metų?

5 uždavinys. Neringa turi aštuonias vienodas stiklines, kuriose visose yra skirtingas kiekis vandens. Neringa pasirenka kurias nors dvi iš stiklinių ir perpila dalį vandens iš vienos į kitą taip, kad abiejose stiklinėse vandens būtų po lygiai, tada vėl pasirenka kurias nors dvi stiklines ir išlygina jų vandens lygį ir t. t. Įrodykite, kad taip pilstant vandenį įmanoma išlyginti vandens kiekį visose stiklinėse.

6 uždavinys. Jonas Rietaviškis iš savo namų išeina aplankyti Girdvainių Jurgio. Tuo pačiu metu Jurgis iš savo namų išvažiuoja dviračiu pasitikti Jono Rietaviškio. Jie abu juda pastoviais greičiais ir susitinka taške, nutolusiame nuo Rietaviškio namų per 1 km. Tada Jonas Rietaviškis prisimena, kad neužkėlė vartų, todėl Jurgis nuvažiuoja iki draugo namų, užkelia vartus, iš karto apsisuka, pasiveja Rietaviškį ir likusius 4,5 km iki Jurgio namų jie šnekučiuodamiesi nueina kartu. Koks atstumas tarp Girdvainių Jurgio ir Jono Rietaviškio namų?

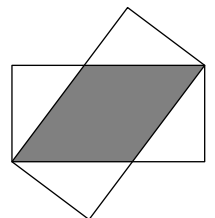
7 uždavinys. Godos kiemo lygoje yra trys futbolo komandos: A (Auslindos), B (Boružės) ir C (Cikados). Jos tarpusavy sužaidžia lygiai vieną kartą per sezoną.

Godos sudaryta turnyrinė lentelė kažkuriuo sezono metu atrodė taip:

	Rungtynės	Pergalės	Lygiosios	Pralaimėjimai	Pelnyti įvarčiai	Praleisti įvarčiai
A	1	0	0	1	4	2
B	2	1	1	0	2	2
C	2	1	0	1	3	1

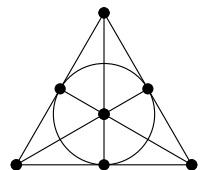
Vėliau ji pripažino, kad visi skaičiai lentelėje yra neteisingi, bet kiekvienas skaičius skiriasi nuo tikrojo lygiai per 1. Kokia buvo tikroji lentelė?

8 uždavinys. Paveikslėlyje pavaizduoti du vienodi stačiakampiai, kurie persidengdami sudaro rombą. Rombo plotas lygus $\frac{5}{8}$ stačiakampio ploto. Koks yra ilgesniosios stačiakampio kraštinės santykis su trumpesniąja?



9 uždavinys. Vieną vasaros dieną Melnragės paplūdimyje saule ir jūra džiaugiasi 190 žmonių. Iš jų 110 turi akinius nuo saulės, 70 turi kamuolį, o 95 turi skrybėlę. Visi turi bent vieną iš šių trijų daiktų. Taip pat žinome, kad 30 iš jų turi kamuolį ir akinius, 25 turi kamuolį ir skrybėlę, o 40 turi akinius ir skrybėlę. Kiek žmonių paplūdimyje turi visus tris daiktus?

10 uždavinys. Brėžinyje pavaizduotos šešios atkarpos ir vienas apskritimas. Ant kiekvieno iš jų pažymėti trys taškai. Kiekvienam taškui priskirtas realusis skaičius. Kiekvienos atkarpos arba apskritimo visų trijų taškų (jiems priskirtų skaičių) suma lygi T . Įrodykite, kad kiekvienas iš septynių taškų yra lygus $\frac{T}{3}$.





Rietavo XVII komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas
2018 11 09

11 – 12 klasės

1 uždavinys. Kiek yra natūraliųjų skaičių n , tenkinančių nelygybę

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{n} > \frac{3}{100}?$$

2 uždavinys. Kiek triženklį skaičių yra 34 kartus didesni už savo skaitmenų sumą?

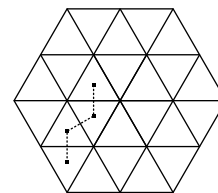
3 uždavinys. Tegū $a_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{2}}, a_2 = \sqrt{1 + \frac{1}{3}}, \dots, a_n = \sqrt{1 + \frac{1}{n+1}}$. Su koku mažiausiu natūraliuoju n sandauga $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$ yra sveikasis skaičius?

4 uždavinys. Neringa turi aštuonias vienodas stiklines, kuriose visose yra skirtingas kiekis vandens. Neringa pasirenka kurias nors dvi iš stiklinių ir perpila dalį vandens iš vienos į kitą taip, kad abiejose stiklinėse vandens būtų po lygiai, tada vėl pasirenka kurias nors dvi stiklines ir išlygina jų vandens lygį ir t. t. Įrodykite, kad taip pilstant vandenį įmanoma išlyginti vandens kiekį visose stiklinėse.

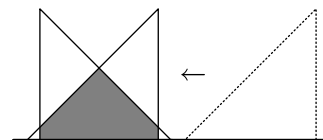
5 uždavinys. Pirminiai skaičiai a, b, c yra didesni už 3. Įrodykite, kad sandauga $(a-b)(b-c)(c-a)$ dalijasi iš 48.

6 uždavinys. Trapecijos įstrižainės susikerta stačiu kampu. Įrodykite, kad trapecijos pagrindų ilgių suma yra mažesnė už šoninių kraštinių ilgių sumą.

7 uždavinys. Izabelė ir Mykolas žaidžia žaidimą. Mykolas pasirenka bet kuriuos du gretimus (turinčius bendrą kraštinę) šešiakampės lentelės (žr. pav.) trikampius langelius ir sujungia jų centrus atkarpa. Tada Izabelė ir Mykolas paeiliui pratęsia esamą laužtę kurį nors vieną jos galų atkarpa sujungdami su gretimo trikampio langelio centru. Laužtę galima pratęsti tik į langelį, per kurį laužtė anksčiau nebuvo brėžta. Pavyzdžiui, paveiksle pavaizduota galima žaidimo situacija po trijų ėjimų. Pralaimi tas žaidėjas, kuris nebegali pratęsti laužtės. Kaip žaisti Mykolui, kad jis visada laimėtų žaidimą?



8 uždavinys. Du lygūs statieji lygiašoniai trikampiai, kurių statinių ilgiai lygūs 1, stumiami išilgai tiesės (žr. pav.). Kokį didžiausią jų persidengimo plotą galima gauti?



9 uždavinys. Grupė vaikų ima obuolius nuo stalo. Pirmasis paima vieną obuolį ir dešimtadalį iš likusių obuolių. Antrasis vaikas paima du obuolius ir dešimtadalį iš likusių, ir t. t. Paskutiniajam vaikui paėmus obuolius stalas liko tuščias, o visi vaikai turėjo po lygiai obuolių. Kiek yra vaikų?

10 uždavinys. Antikos laikų didikas, likus vienai dienai iki rengiamos puotos, sužinojo, kad lygiai vienas iš 100 vyno butelių, kuriuos jis ruošėsi patiekti puotos metu, yra užnuodytas. Užnuodytam buteliui rasti buvo pasitelktos žiurkės, kurioms duodama ragauti vyno iš kelių butelių. Žiurkei sugirdžius lašelį užnuodyto vyno ši nugaištų likus valandai iki puotos pradžios. Kiek mažiausiai reikia žiurkių norint per vieną dieną išsiaiškinti, kuris butelis yra užnuodytas?