

# DEVYNIOLIKTOJI KALĖDINĖ KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI

Raseiniai, 2018-12-12

Kiekviename uždavinyje ne tik nurodykite atsakymą, bet ir paaiškinkite, kodėl jis teisingas, o jokie kiti atsakymai negalimi (ir ne tik pasiūlytieji, nebent sąlygoje būtų nurodyta rinktis tik iš siūlomų atsakymų)

1. Magdalenos Raseiniškės propropro....anūkis titaniškasis Titas Tytuvėniškis syki, dar darželin bevaikščiodamas, pasišovė ant menkos popieriaus skiautelės atlikti dalybos veiksmą, kuriame septyni milijonai devyni šimtai trisdešimt penki tūkstančiai aštuoni šimtai devyniasdešimt penki turėjo būti (be klaidų) padalinti iš dvidešimt septynių. Teisingai atlikus dalybą ir skiautės kampe dar likus kiek neprirašytos vietos, jam ėmė rodytis, kad tame pradiniam skaičiuje sukeitus vietomis du gretimus skaitmenis ir tada padalinus tą pakeistą skaičių iš 27, dalmuo būtų jau lygiai šimtu vienetų didesnis, negu kad prieš tai gautasis dalmuo. Visi buvo nustėrę nuo šių nelauktų Tito įžvalgų ir jo dalybos užmojų. Titas Tytuvėniškis įgyvendino savo sumanymą ir pasirodė, kad taip ir yra, kaip jam rodėsi. Mums gi belieka, gėrintis Tito sumanumu ir skaitiniu darbštumu, „prie progos“ pamėginti patiems susigaudyti: kokius gi du gretimus skaitmenis bus sukeitę vietomis titaniškasis Titas Tytuvėniškis?

(A) 3 su 9                      (B) 3 su 5                      (C) 5 su 8                      (D) 8 su 9                      (E) 9 su 5

2. Viduklės berniukas Vidimantas vieną kartą užsisvajoję bene aktualiausia šių ir kitų laikų tema „Iš vieno – daug“. Pasvajojęs apie viską, jis panūdo grupelę skaičių 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 suskaidyti į kuo daugiau pogrupių taip, kad visų tų pogrupių skaičių suma būtų vienoda, kad ir kokio pogrupio skaičius besumuotumėme. Kiek daugiausiai tokių pogrupių su vienoda visų pogrupių skaičių suma gali gauti sumanysis Viduklės berniukas Vidimantas?

(A) Vidimantas gali gauti tik 2 pogrupius (B) Jis gali gauti 3 pogrupius (C) Galima gauti 4 tokius pogrupius (D) Yra net 5 tokie pogrupiai (E) Teisingas atsakymas yra kitoks

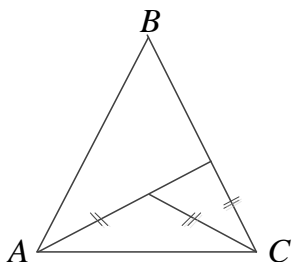
3. Raseinių futbolo pirmenybėse dalyvavo 6 komandos, kurių kiekviena sužaidė po vienerias rungtynes su kiekviena kita dalyvavusia komanda. Už pergalę yra skiriami 3 taškai, už lygiąsias komanda gauna 1, o už pralaimėjimą komanda taškų visai negauna. Pasibaigus čempionatui yra suskaičiuojami taškai ir dvi paskutinės komandos iškrenta į žemesnę lygą. (Jei kelios komandos surenka po lygiai taškų, joms atitinkamos vietos paskirstomos traukiant burtus.) Prieš čempionatą Raseinių krašto dienraštyje „Žemaitis“ buvo daromos prognozės apie tai, kiek tiksliai taškų tikrai gana būtų pelnyti komandai, kad ji garantuotai neiškristų, t. y., atsidurtų tarp pirmųjų 4 komandų. Pasirodo, kad mažiausias taškų skaičius, kurį surinkusi komanda vis dėlto garantuotai pakliūna tarp 4 pirmųjų komandų, yra:

(A) 10 taškų                      (B) 8 taškai                      (C) 7 taškai                      (D) 11 taškų                      (E) 9 taškai

4. Girkalnio aritmetikos entuziastai kone springdami iš džiaugsmo staiga paskelbė, kad 5-ženklis skaičius „P869Q“ bus vadinamas *raseiniškuoju*, jeigu jis dalijasi be liekanos iš 12. Tai išgirdęs Šimkaičių mąstytojas Šimkus be užuolankų paklausė: ar kas nors prieš skelbdamas bent pasidomėjo, kiek tada skirtingų reikšmių galės įgyti tokio raseiniškojo skaičiaus pirmojo ir paskutiniojo skaitmenų suma  $P + Q$ ? Ariogalos matematizuoto darželio „Ariau jau ariau“ mokslo bendruomenė patikino, kad tokių skaičių nėra tiek jau daug, todėl ne kažin kiek bus ir tų kraštinių skaitmenų sumų. Tai kiek gi yra tų sumos reikšmių?

(A) 4                                      (B) 6                                      (C) 8                                      (D) 10                                      (E) 12

5. Babtų berniukai iš trijų lygiašonių trikampių sudėliojo lygiašonį trikampį  $ABC$  ( $AB = BC$ ) taip, kaip tai yra pavaizduota šalia esančiame piešinyje. Raskite kampo  $ABC$  didumą.



(A)  $30^\circ$                       (B)  $35^\circ$                       (C)  $36^\circ$                       (D)  $40^\circ$                       (E) To nustatyti negalima

6. Pakaunės Babtų berniukai pasiėmė statų trikampį, kurio kraštinių ilgių buvo 3, 4 ir 5, ir pradėjo įnirtingai svarstyti, keliais būdais jį būtų galima vienu tiesiu kirpimu geromis žirkėmis padalinti į du trikampius taip, kad nors vienas iš tų dviejų gautųjų trikampių būtų lygiašonis trikampis. Po permainingų ginčų jie pajėgė surasti, kiek tokių būdų yra iš viso. Suraskite ir Jūs kuo daugiau tokių stačiojo trikampio padalijimo į du trikampius būdų, kad bent vienas iš gautųjų trikampių būtų lygiašonis trikampis, o Jūs galėtumėte pasirinkti deramą atsakymą. Tai padaryti galima:

- (A) vieninteliu būdu (B) dviem būdais (C) trimis būdais (D) 5 būdais  
(E) daugiau negu 5 būdais

7. Titas Tytuvėniškis į 8 laisvus brėžinyje parodytus lentelės langelius surašė visus skaičius nuo 1 iki 8 (įrašydamas po vieną skaičių į kiekvieną langelį).

	X	

Paaiškėjo, kad keturios įrašytųjų skaičių sumos po tris skaičius – dvi sumos viršutinėje ir apatinėje eilutėse bei dar dvi sumos kairiajame ir dešiniajame stulpeliuose pasirodė esančios visos (keturios) lygios. Nugirdusi tai, Vida Viduklytė pasakė, kad ji tada būtinai išsiaiškina, kokia gi yra pati didžiausia įmanoma tokios lentelės kampinių skaičių suma. Kaip Vida tarė, taip Viduklytė padarė – viską „suskaičiavo-surokavo“ ir tikrai bei greitai išsiaiškino, kad toji pati didžiausioji įmanoma 4 kampinių skaičių suma yra:

- A) 28 (B) 26 (C) 20 (D) 25 (E) 24

8. Šimkaičių pirmūnų Simą Stasių Šimkūną labai nustebino pats faktas, kad, pasirodo, kartais įmanoma natūralųjį skaičių  $n$  užrašyti dviejų natūraliųjų dėmenų suma taip, kad kiekvienas dėmuo būtų skaičiaus  $n + 2$  daliklis. Jis tokius skaičius nedelsdamas praminė *sumaniais* skaičiais. Jis dar labiau nustebė, sakytume, kone nustėro, kai jam jo draugas iš Girkalnio linksmais Magdalenos Raseiniškės aini Rasius, pasiklausęs Stasiaus, ėmė užsidegęs aiškinti, kad rasi tokių sumanių skaičių gali būti apskritai nežinia kiek. O kiek gi tokių skaičių yra iš tikrųjų?

- (A) Tokių sumanių skaičių apskritai nėra nė vieno (B) Tėra tik vienas vienintelis toks sumanus skaičius (C) Yra tik du tokie sumanūs skaičiai (D) Yra net 3 tokie sumanūs skaičiai (E) Tokių skaičių yra lygiai 4

9. Subtilusis Skirmantas Skirsnemuniškis, kurį gerbia visi jo kūr nors suprantantys kaimynai, sykį suformavo tokį 10-ženklį natūralųjį skaičių, kurio skaitmenimis po kartą buvo paimti visi 10 įmanomų skaitmenų. Jis sugebėjo tai atlikti su tokiu meistriškumu, jog buvo pastebėta, kad skaičius, kurį sudaro pirmieji du jo skaičiaus skaitmenys, dalijosi iš 2, skaičius, kurį sudaro pirmieji trys jo suformuoto skaičiaus skaitmenys, dalijasi iš 3, ir taip toliau – kol galiausiai ir pats tas „visas Skirmanto Skirsnemuniškio skaičius“ dalijasi iš 10. Koks galėtų būti 8-tasis jo suformuoto 10-ženklio skaičiaus skaitmuo (moksle visuotinai vadinamas šimtų skaitmeniu)? Tas Skirmanto Skirsnemuniškio 10-ženklis skaičiaus šimtų skaitmuo lygus:

- (A) 2 (B) 6 (C) 4 (D) 8 (E) 9

10. Raskite, kiek yra skaičių ketvertų  $(a, b, c, d)$ , tenkinančių štai tokią, atvirai sakant, Tytuvėnuose visus apžavėjusią sąlygą apie Raseinių vertą lentelę, kurią nedelsdami pateikiame žemiau.

Sakome, kad  $2 \times 4$  lentelė yra *verta Raseinių*, jeigu jos pirmoje eilutėje yra iš eilės įrašyti skaičiai 1, 2, 3, 4, o antrosios eilutės skaičiai  $a, b, c$  ir  $d$  yra vienženkliai ir tokie, kad skaičius  $a$  pasako, kiek toje lentelėje randama vienetų, skaičius  $b$  – kiek dvejetų, skaičius  $c$  – kiek trejetų, ir galiausiai skaičius  $d$  nurodo, kiek iš viso ketvertų yra visoje toje  $2 \times 4$  lentelėje.

1	2	3	4
$a$	$b$	$c$	$d$

- (A) Tokių ketvertų yra 12 (B) Jų yra 8 (C) Jų yra 4 (D) Jų yra dvi (E) Yra tik viena vienintelė tokia Raseinių verta lentelė ir vienintelis toks skaičių ketvertas

# DEVYNIOLIKTOJI KALĖDINĖ INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI

Raseiniai, 2018-12-12

1. Raseinių futbolo pirmenybėse dalyvavo 6 komandos, kurių kiekviena sužaidė po vienerias rungtynes su kiekviena kita dalyvavusia komanda. Už pergalę yra skiriami 3 taškai, už lygiąsias komanda gauna 1, o už pralaimėjimą komanda taškų visai negauna. Pasibaigus čempionatui yra suskaičiuojami taškai ir dvi paskutinės komandos iškrenta į žemesnę lygą. (Jei kelios komandos surenka po lygiai taškų, joms atitinkamos vietos paskirstomos traukiant burtus.) Prieš čempionatą Raseinių krašto dienraštyje „Žemaitis“ buvo daromos prognozės apie tai, kiek tiksliai taškų tikrai gana būtų pelnyti komandai, kad ji garantuotai neiškristų, t. y., atsidurtų tarp pirmųjų 4 komandų. Taigi kiek mažiausiai taškų gana surinkti, kad garantuotai atsidurtum tarp pirmąsias keturias vietas užėmusių komandų?

2. Girkalnio aritmetikos entuziastai kone springdami iš džiaugsmo staiga paskelbė, kad 5-ženklis skaičius „P869Q“ bus vadinamas *raseiniškuoju*, jeigu jis dalijasi be liekanos iš 12. Tai išgirdęs Šimkaičių mąstytojas Šimkus be užuolankų paklausė: ar kas nors prieš skelbdamas bent pasidomėjo, kiek tada skirtingų reikšmių galės įgyti tokio raseiniškojo skaičiaus pirmojo ir paskutiniojo skaitmenų suma  $P + Q$ ? Ariogalos matematizuoto darželio „Ariau jau ariau“ mokslo bendruomenė patikino, kad tokių skaičių nėra tiek jau daug, todėl ne kažin kiek bus ir tų kraštinių skaitmenų sumų. Tai kiek gi yra tų sumos reikšmių?

3. Pakaunės Babtų berniukai pasiėmė statų trikampį, kurio kraštinių ilgių buvo 3, 4 ir 5, ir pradėjo įnirtingai svarstyti, keliais būdais jį būtų galima vienu tiesiu kirpimu geromis žirkklėmis padalinti į du trikampius taip, kad nors vienas iš tų dviejų gautųjų trikampių būtų lygiašonis trikampis. Po permainingų ginčų jie pajėgė surasti, kiek tokių būdų yra iš viso. Suraskite ir Jūs kuo daugiau tokių stačiojo trikampio padalijimo į du trikampius būdų, kad bent vienas iš gautųjų trikampių būtų lygiašonis trikampis.

4. Titas Tytuvėniškis į 8 laisvus brėžinyje parodytus lentelės langelius surašė visus skaičius nuo 1 iki 8 (įrašydamas po vieną skaičių į kiekvieną langelį).

	X	

Paaikškėjo, kad keturios įrašytųjų skaičių sumos po tris skaičius – dvi sumos viršutinėje ir apatinėje eilutėse bei dar dvi sumos kairiajame ir dešiniajame stulpeliuose pasirodė esančios visos (keturios) lygios. Nugirdusi tai, Vida Viduklytė pasakė, kad ji tada būtinai išsiaiškina, kokia gi yra pati didžiausia įmanoma tokios lentelės kampinių skaičių suma. Kaip Vida tarė, taip Viduklytė padarė – viską „suskaičiavo-surokavo“ ir tikrai bei greitai išsiaiškino, kam yra lygi toji didžiausioji įmanoma 4 kampinių skaičių suma. Padarykite tai ir Jūs.

5. Subtilusis Skirmantas Skirsnemuniškis, kurį gerbia visi jo ką nors suprantantys kaimynai, sykį suformavo tokį 10-ženklį natūralųjį skaičių, kurio skaitmenimis po kartą buvo paimti visi 10 įmanomų skaitmenų. Jis sugebėjo tai atlikti su tokiu meistriškumu, jog buvo pastebėta, kad skaičius, kurį sudaro pirmieji du jo skaičiaus skaitmenys, dalijosi iš 2, skaičius, kurį sudaro pirmieji trys jo suformuoto skaičiaus skaitmenys, dalijasi iš 3, ir taip toliau – kol galiausiai ir pats tas „visas Skirmanto Skirsnemuniškio skaičius“ dalijasi iš 10. Koks galėtų būti 8-tasis jo suformuoto 10-ženklis skaičiaus skaitmuo (moksle visuotinai vadinamas šimtų skaitmeniu)?