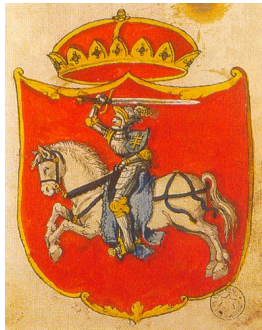


**14-osios matematinės varžybos
Lietuvos Didžiosios Kunigaikštystės garbei**

2022 m. rugsėjo 25 d.



1. Duotas daugianaris su sveikaisiais koeficientais

$$P(x) = x^{20} + a_{19}x^{19} + \dots + a_1x + a_0,$$

turintis 20 skirtingų realiųjų šaknų. Nustatykite, kiek daugiausiai šaknų toks daugianaris P gali turėti intervale $(99; 100)$.

2. Matematikos olimpiados metu mokiniai sprendė tris uždavinius. Kiekvienas uždavinys buvo vertinamas sveikuoju taškų skaičiumi nuo 0 iki 7. Kiekvienai mokinių porai egzistuoja daugiausiai vienas uždavinys, už kurį jie gavo po tiek pat taškų. Nustatykite, kiek daugiausiai mokinių galėjo dalyvauti olimpiadoje.
3. Apskritimo ω , einančio per lygiašonio trikampio ABC ($AB = AC$) viršūnę C , centras O yra trikampio ABC vidaus taškas. Šis apskritimas kerta atkarpas BC ir AC atitinkamai taškuose $D \neq C$ ir $E \neq C$, o trikampio AEO apibrėžtinį apskritimą Ω – taške $F \neq E$. Įrodykite, kad trikampio BDF apibrėžtinio apskritimo centras priklauso apskritimui Ω .
4. Raskite visus natūraliųjų skaičių trejetus (a, b, c) , kuriems skaičius

$$2^a + 2^b + 2^c + 3$$

yra sveiką skaičiaus kvadratas.