

XXII LIETUVOS 5-6 KLASIŲ MOKINIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2023 m. spalio 7 d.

1. Dėžutėje buvo 30 vienodos masės tikrų monetų ir 31 netikra moneta. Tikrosios monetos masė nežinoma, o kiekviena netikroji moneta 1 g lengvesnė už tikrąją. Iš dėžutės išimta viena moneta. Vienu svėrimu reikia nustatyti, kokia moneta išimta: tikra ar netikra. Sveriamo balansinėmis svarstyklėmis, kurios parodo dvejose lėkštėse padėtų krovinų masių skirtumą.
2. Ant didelės lentos rašomi iš eilės einančių natūraliųjų skaičių skaitmenys taip, kaip parodyta žemiau. Peržvelgęs seką, Lukas pamatė iš eilės vienas po kito einančius skaitmenis 5, 4, 3, 5. Kiek mažiausiai skaitmenų turi būti parašyta ant lentos?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 6, 1, 7, 1, 8, ...
3. Nubraukus vieną skaičiaus skaitmenį, skaičius sumažėjo 71 kartą. Koks skaitmuo ir kurioje vietoje nubrauktas?
4. Justė ant lapo užrašė skaičių. Nedas greta parašė visus skaičius, kuriuos galima gauti nubraukus bent vieną Justės parašyto skaičiaus skaitmenį. Pavyzdžiui, jei Justė parašė 569, tai Nedas greta parašė 5, 6, 9, 56, 59, 69. Kokius skaičius lape galėjo parašyti Justė, jei žinome, kad visi Nedo ir Justės užrašyti skaičiai yra pirminiai.
5. Mėta ant 5 kortelių užrašė po skaičių. Augustė suskaičiavo visas dviejų kortelių sumas. Kokie skaičiai parašyti ant kortelių, jei ji gavo 17, 20, 28, 14, 42, 36, 28, 39, 25, 31?

Pastaba. Parašykite ne tik uždavinių atsakymus, bet ir sprendimus.

XXII LIETUVOS 7-8 KLASIŲ MOKINIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2023 m. spalio 7 d.

1. Dėžutėje buvo 40 vienodos masės tikrų monetų ir 21 netikra moneta. Tikrosios monetos masė nežinoma, o kiekviena netikroji moneta 1 g lengvesnė už tikrąją. Iš dėžutės išimta viena moneta. Vienu svėrimu reikia nustatyti, kokia moneta išimta: tikra ar netikra. Sveriamo balansinėmis svarstyklėmis, kurios parodo dvejose lėkštėse padėtų krovinių masių skirtumą.
2. Ant didelės lentos rašomi iš eilės einančių natūraliųjų skaičių skaitmenys taip, kaip parodyta apačioje. Peržvelgęs seką, Lukas pamatė iš eilės vienas po kito einančius skaitmenis 5, 5, 3, 5, 6. Kiek mažiausiai skaitmenų turi būti parašyta ant lentos?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 6, 1, 7, 1, 8, ...

3. Išspręskite lygtį

$$x^2 + y^2 + 25 = 6x + 8y.$$

4. Ant 8x8 languotos lentos surašyti visi skaičiai nuo 1 iki 64. Į kiekvieną langelį įrašyta po vieną skaičių. Iš keturių langelių sudarytas 2x2 dydžio kvadratas vadinamas stebuklingu, jeigu į jo langelius įrašytų skaičių suma didesnė nei 100. Benas teigia, kad bet kokioje tokioje lentoje yra bent 4 stebuklingi kvadratai. Ar Benas teisus?
5. Kiekvienas natūralusis skaičius yra lygus nepasikartojančių dvejetainių laipsnių sumai. Pavyzdžiui, $156 = 2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^2$. Kurie triženkliai skaičiai, išreikšti skirtingų dvejetainių laipsnių suma, turi daugiausiai dėmenų?

Pastaba. Parašykite ne tik uždavinių atsakymus, bet ir sprendimus.