

**ALYTAUS APSKRITIES XXIII KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Lazdijai, 2023 m. gruodžio 9 d.

Uždaviniai

1. Keturių klasių mokinių komandos Dzūkijos miškuose kartu rado 2023 grybus. Kiekviena klasė rado ne mažiau 100 grybų. Ketvirtos klasės komanda rado daugiausiai grybų, antros ir trečios klasės komandos kartu rado 1281 grybą. Kiek grybų rado ketvirtos klasės mokiniai?
2. Iš to paties namo tuo pačiu metu į mokyklą išėjo pirmos ir ketvirtos klasės gimnazistai. Pirmos klasės gimnazisto žingsnio ilgis yra 20 procentų trumpesnis už ketvirtokos žingsnio ilgį, bet pirmokas padarė 20 procentų daugiau žingsnių. Kuris gimnazistas nuėjo į mokyklą greičiau?
3. Skaičiai p ir $2p + 1$ yra pirminiai. Su kuriomis p reikšmėmis skaičius $4p + 1$ yra pirminis?
4. Devyniuose maišeliuose yra tikros monetos, kurių kiekvienos masė yra 10 g, o viename – netikros monetos, kurios sveria po 11 g. Kiekviename maišelyje yra daugiau nei 10 monetų. Kiek reikia svėrimų svarstyklėmis su svarsčiais, norint nustatyti, kuriame maišelyje yra netikros monetos, jei iš kiekvieno maišelio galima išimti ir pasverti bet kurį ten esančių monetų kiekį?
5. Biure stovi 14 kompiuterinių stalų, kuriuose iš viso yra 33 stalčiai. Kiekviename stale yra arba vienas, arba du, arba trys, arba keturi stalčiai. Be to, stalų su vienu stalčiumi yra tiek, kiek stalų su dviem ir trimis stalčiais kartu. Kiek biure yra kiekvienos rūšies stalų?
6. Su kuria kintamojo x reikšme reiškinys $\frac{48+3x^4}{x^2}$ įgyja mažiausią reikšmę?
7. Įrodykite, kad su visais realiaisiais skaičiais x, y, z , kuriems $x + y + z = 1$, yra teisinga nelygė $xy + yz + 2xz \leq \frac{1}{2}$.
8. Lentoje užrašyti natūralieji skaičiai 1, 2, 3, ..., 999, 1000. Dviese žaidžia pakaitomis darydami ėjimą – nutrindami vieną bet kurį skaičių. Žaidimas baigiasi, kai lentoje lieka 2 skaičiai. Jei šių skaičių suma dalijasi iš trijų, laimi žaidimą pradėjęs žaidėjas, jei nesidalija – laimi antrasis žaidėjas. Kaip turi žaisti antrasis žaidėjas, kad laimėtų nepriklausomai nuo to, kaip žais pirmasis?
9. Taškas E yra trikampio ABC kraštinės BC vidurio taškas, taškas F yra atkarpos AE vidurio taškas, tiesė BF kerta trikampio kraštinę AC taške D . Raskite trikampio AFD plotą, jei trikampio ABC plotas lygus 48.
10. Trapecija viena tiese padalijama į rombą ir lygiakraštį trikampį. Raskite trapecijos pagrindų santykį.