LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

V. RODIKLINĖS LYGTYS IR NELYGYBĖS

(2023–2025)

Teorinę medžiagą parengė ir penktąją užduotį sudarė doc. dr. Antanas Apynis

Nagrinėdami šią temą pradėkime nuo sąvokų. Prisiminkime, kad *rodikline lygtimi* (taip pat *rodikline nelygybe*) vadinama tokia lygtis (nelygybė), kurios nežinomasis yra laipsnio rodiklyje.

Rodiklinė lygtis

$$a^x = b,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b > 0, \tag{1}$$

vadinama *paprasčiausiąja rodikline lygtimi*.

Paprasčiausiosios rodiklinės nelygybės yra

$$a^x > b,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b > 0, \tag{2}$$

ir

$$a^x < b,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b > 0. \tag{3}$$

Rodiklinės lygties $a^x = b,\ a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,$ *sprendiniu* vadinamas realusis skaičius x, kuriam esant skaičių a pakėlus laipsniu x gaunamas skaičius b. Beje, toks skaičius x yra vadinamas *skaičiaus b logaritmu pagrindu a* ir žymimas simboliu $\log_a b$ (čia visada turi būti $a > 0,\ a \neq 1$ ir $b > 0$). Taigi (1) lygties sprendinys yra

$$x = \log_a b. \tag{4}$$

Rodiklinės nelygybės $a^x > b,\ a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,$ ($a^x < b,\ a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0$) *sprendiniu* vadinamas realusis skaičius, kuriam esant skaičius a^x yra didesnis už skaičių b (mažesnis už skaičių b).

Išspręsti rodiklinę nelygybę

$$a^x \geq b,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b > 0, \tag{5}$$

reiškia rasti bendrą lygties $a^x = b$ ir nelygybės $a^x > b$ sprendinių aibę. Analogiškai suvokiamas ir uždavinys

$$a^x \leq b,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b > 0. \tag{6}$$

Gilinantis į rodiklinių lygčių bei rodiklinių nelygybių sprendimą pravartu ne tik pakartoti, bet ir iš naujo apmąstyti svarbiausias realiojo skaičiaus laipsnio savybes:

$$\begin{gathered} a^{m+n} = a^m \cdot a^n,\quad (a^m)^n = a^{mn},\quad (a^{-1})^m = \left(\frac{1}{a}\right)^m = \frac{1}{a^m}, \\ (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m,\quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = (a \cdot b^{-1})^m = a^m \cdot (b^{-1})^m = \frac{a^m}{b^m}; \end{gathered} \tag{7}$$

čia $a > 0,\ b > 0,\ m$ ir n realieji skaičiai, o a^{-1} ir b^{-1} – skaičių a ir b atvirkštiniai skaičiai.

Sprendžiant rodiklines nelygybes labai svarbu neužmiršti, kad:

1) jei $0 < a < 1,$ tai

$$a^m > a^n \text{ tik kai } m < n; \tag{8}$$

ir

2) jei $a > 1,$ tai

$$a^m > a^n \text{ tik kai } m > n. \tag{9}$$

Iš pastarųjų dviejų laipsnio savybių išplaukia, kad funkcija

$$y = a^x,\quad 0 < a < 1,$$

yra *mažėjančioji funkcija* bet kuriame realiųjų skaičių intervale, o funkcija

$$y = a^x,\quad a > 1,$$

yra *didėjančioji funkcija* bet kuriame realiųjų skaičių intervale.

1 pavyzdys. Išspręskime:

a) rodiklinę lygtį

$$2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}=16\sqrt{2};\tag{10}$$

b) rodiklinę nelygybę

$$2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}<16\sqrt{2};\tag{11}$$

c) rodiklinę nelygybę

$$2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}>16\sqrt{2}.\tag{12}$$

Sprendimas. Kadangi $16\sqrt{2}=2^{\frac{9}{2}}$, tai (10) lygtis yra ekvivalenti lygčiai

$$x^2-6x-\frac{5}{2}=\frac{9}{2},$$

kuri turi du sprendinius: $x=-7$ ir $x=1$.

Vadinasi, (10) lygtis turi du sprendinius – sveikuosius skaičius –7 ir 1.

Kadangi $2>1$, tai (11) nelygybė yra ekvivalenti nelygybei

$$x^2-6x-\frac{5}{2}<\frac{9}{2},$$

taigi kvadratinei nelygybei $x^2-6x-7<0$, kurios sprendinių aibė yra intervalas (–7; 1).

Analogiškai (12) nelygybė yra ekvivalenti kvadratinei nelygybei $x^2-6x-7>0$, kurios sprendinių aibė yra intervalų $(-\infty;-7)$ ir $(1;+\infty)$ sąjunga $(-\infty;-7)\cup(1;+\infty)$.

Ats.: a) $\{-7;1\}$; b) $(-7;1)$; c) $(-\infty;-7)\cup(1;+\infty)$.

2 pavyzdys. Išspręskime:

a) rodiklinę lygtį

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}}=\frac{9}{16};\tag{13}$$

b) rodiklinę nelygybę

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}}<\frac{9}{16};\tag{14}$$

c) rodiklinę nelygybę

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}}>\frac{9}{16}.\tag{15}$$

Sprendimas. Kadangi

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}}=\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}\right)^{\frac{1}{x}}=\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{x}}=\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}}$$

ir

$$\frac{9}{16}=\left(\frac{3}{4}\right)^2,$$

tai sprendžiamą lygtį ir nelygybes galima užrašyti taip:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}}=\left(\frac{3}{4}\right)^2,\tag{13a}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}} < \left(\frac{3}{4}\right)^{2}, \tag{14a}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}} > \left(\frac{3}{4}\right)^{2}. \tag{15a}$$

Spręsdami (13a) lygtį gauname:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2} \Rightarrow x-1-\frac{1}{x}=2 \Rightarrow x^2-3x-1=0,\ x\neq 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2} \Rightarrow x=\frac{3-\sqrt{13}}{2} \text{ arba } x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}.$$

Vadinasi, (13) lygtis turi du sprendinius – realiuosius skaičius $\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ ir $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Sprendžiant (14a) ir (15a) nelygybes svarbu atkreipti dėmesį į tai, kad laipsnio $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{1}{x}}$ pagrindas $\frac{3}{4}$ yra intervalui (0; 1) priklausantis skaičius. Todėl (žr. (8)) (14a) nelygybė yra ekvivalenti nelygybei

$$x-1-\frac{1}{x}>2, \tag{14b}$$

o (15a) nelygybė yra ekvivalenti nelygybei

$$x-1-\frac{1}{x}<2. \tag{15b}$$

Spręsdami (14b) nelygybę gauname:

$$x-1-\frac{1}{x}>2 \Rightarrow \frac{x^2-3x-1}{x}>0 \Rightarrow x^2-3x-1<0,\ x<0 \text{ arba } x^2-3x-1>0,\ x>0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\in\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2};0\right) \text{arba } x\in\left(\frac{3+\sqrt{13}}{2};+\infty\right).$$

Matome, kad (14) nelygybės sprendinių aibė yra intervalų $\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2};0\right)$ ir $\left(\frac{3+\sqrt{13}}{2};+\infty\right)$ sąjunga $\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2};0\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{13}}{2};+\infty\right)$.

Spręsdami (15b) nelygybę gauname:

$$x-1-\frac{1}{x}<2 \Rightarrow x-3-\frac{1}{x}<0 \Rightarrow \frac{x^2-3x-1}{x}<0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-3x-1<0,\ x>0 \text{ arba } x^2-3x-1>0,\ x<0 \ \Rightarrow\ x\in\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2};\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right),\ x>0 \text{ arba}$$

$$x\in\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{13}}{2}\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{13}}{2};+\infty\right),\ x<0 \Rightarrow x\in\left(0;\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right) \text{arba } x\in\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{13}}{2}\right).$$

Vadinasi, (15) nelygybės sprendinių aibė yra intervalų $\left(0;\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right)$ ir $\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{13}}{2}\right)$ sąjunga $\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{13}}{2}\right)\cup\left(0;\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right)$.

Ats.: a) $\left\{\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}; \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$;

b) $\left(\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}; 0\right) \cup \left(\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}; +\infty\right)$;

c) $\left(-\infty; \dfrac{3-\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(0; \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right)$.

3 pavyzdys. Išspręskime:

a) rodiklinę lygtį

$$2^x + 4^x = 8^x; \tag{16}$$

b) rodiklinę nelygybę

$$2^x + 4^x > 8^x; \tag{17}$$

c) rodiklinę nelygybę

$$2^x + 4^x < 8^x. \tag{18}$$

Sprendimas. Pažymėkime $t = 2^x$. Tada gausime, kad $4^x = t^2$, $8^x = t^3$. Taikydami šį keitinį iš pradžių išspręskime (16) lygtį, o paskui – (17) ir (18) nelygybes.

a) $2^x + 4^x = 8^x \Rightarrow \begin{cases} t + t^2 = t^3, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^3 - t^2 - t = 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t(t^2 - t - 1) = 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 - t - 1 = 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow 2^x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}.$

Matome, kad $\log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ yra vienintelis (16) lygties sprendinys.

b) $2^x + 4^x > 8^x \Rightarrow \begin{cases} t^3 - t^2 - t > 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t(t^2 - t - 1) > 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 - t - 1 > 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} t \in \left(-\infty; \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right) \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow 2^x \in \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right) \Rightarrow x \in \left(\log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right).$

Taigi (17) nelygybės sprendinių aibė yra realiųjų skaičių intervalas $\left(\log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$.

c) $2^x + 4^x < 8^x \Rightarrow \begin{cases} t^3 - t^2 - t < 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t(t^2 - t - 1) < 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 - t - 1 < 0, \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} t \in \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}; \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \\ t = 2^x \end{cases} \Rightarrow 2^x \in \left(0; \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow x \in \left(-\infty; \log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right).$

Gavome, kad (18) nelygybės sprendinių aibė yra realiųjų skaičių intervalas $\left(-\infty; \log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

Ats.: a) $\log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$; b) $\left(\log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$; c) $\left(-\infty; \log_2 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

4 pavyzdys. Išspręskime rodiklinę nelygybę

$$6\cdot 4^x - 13\cdot 6^x + 6\cdot 9^x < 0. \qquad (19)$$

Sprendimas. Kadangi

$$6\cdot 4^x - 13\cdot 6^x + 6\cdot 9^x = 6^x\left(6\cdot\frac{4^x}{6^x} - 13 + 6\cdot\frac{9^x}{6^x}\right) = 6^x\left(6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x - 13 + 6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x\right),$$

tai (19) nelygybė yra ekvivalenti nelygybei

$$6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x - 13 + 6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x < 0. \qquad (19a)$$

Šią nelygybę spręskime taikydami keitinį

$$t = \left(\frac{2}{3}\right)^x.$$

Gausime:

$$6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x - 13 + 6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x < 0 \Rightarrow \begin{cases} 6t - 13 + \dfrac{6}{t} < 0, \\ t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{6t^2 - 13t + 6}{t} < 0, \\ t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6t^2 - 13t + 6 < 0, \\ t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x. \end{cases} \qquad (20)$$

Nelygybės $6t^2 - 13t + 6 < 0$ sprendinių aibei rasti reikia išspręsti kvadratinę lygtį $6t^2 - 13t + 6 = 0.$ Gausime:

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4\cdot 6\cdot 6}}{12} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{13 \pm 5}{12} \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ arba } t = \frac{3}{2}.$$

Vadinasi, kvadratinės nelygybės $6t^2 - 13t + 6 < 0$ sprendinių aibė yra intervalas $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Tęsdami (20) sistemos sprendimą gausime:

$$\begin{cases} 6t^2 - 13t + 6 < 0, \\ t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \in \left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{2}\right), \\ t = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} < \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2}{3} < \left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \Rightarrow x \in (-1; 1),$$

nes 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 1,$ todėl $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{2}{3} \Rightarrow x < 1$

ir 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \Rightarrow x = -1,$ todėl $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \Rightarrow x > -1.$

Matome, kad (19a) sistemos (taigi ir (19)) sprendinių aibė yra realiųjų skaičių intervalas (–1; 1).

Ats.: (–1; 1).

5 pavyzdys. Išspręskime rodiklinę lygtį

$$3^x \cdot 5^{x^2} = 15. \qquad (21)$$

Sprendimas. Nesunku įsitikinti, kad $x = 1$ yra (21) lygties sprendinys.

Jei $x > 1,$ tai $3^x > 3$ ir $5^{x^2} > 5,$ todėl kiekviename intervalo $(1; +\infty)$ taške galioja nelygybė $3^x \cdot 5^{x^2} > 15,$ o tai reiškia, kad intervale $(1; +\infty)$ (21) lygtis neturi sprendinių.

Jei $0 \le x < 1,$ tai $1 \le 3^x < 3$ ir $1 \le 5^{x^2} < 5,$ todėl intervale [0; 1) (21) lygtis taip pat neturi nė vieno sprendinio.

Dabar išsiaiškinkime, ar (21) lygtis turi sprendinių intervale $(-\infty; 0)$.

Padauginę iš 3^{-x} gauname ekvivalenčią lygtį

$$5^{x^2}=15\cdot 3^{-x}.$$

Ją spręskime taip:

$$5^{x^2}\cdot 5^{-x}=15\cdot 3^{-x}\cdot 5^{-x},$$
$$5^{x^2-x}=15^{1-x},$$
$$5^{x(x-1)}=15^{1-x},$$
$$\left(5^{x(x-1)}\right)^{\frac{1}{x-1}}=\left(15^{1-x}\right)^{\frac{1}{x-1}}.$$

Atkreipkime dėmesį į tai, kad kėlimas laipsniu $\frac{1}{x-1}$ čia yra korektiškas, nes $x\neq 1$. Toliau gauname:

$$5^x=15^{-1}\Rightarrow 5^x=\frac{1}{15}\Rightarrow x=\log_5\frac{1}{15}.$$

Realusis skaičius $\log_5\frac{1}{15}$ yra (21) lygties sprendinys, priklausantis intervalui $(-\infty;0)$.

Ats.: 1; $\log_5\frac{1}{15}$.

Kitas (21) lygties sprendimo būdas.

$$3^x\cdot 5^{x^2}=15\Rightarrow\left(3^x\cdot 5^{x^2}\right)15^{-x}=15\cdot 15^{-x}\Rightarrow\ 5^{x^2-x}=15^{1-x}.$$

Jei $x=1$, tai lygybė tikrai galioja (taigi $x=1$ yra (21) lygties sprendinys).

Jei $x\neq 1$, tai

$$\left(5^{x^2-x}\right)^{\frac{1}{x-1}}=\left(15^{1-x}\right)^{\frac{1}{x-1}}\Rightarrow 5^x=15^{-1}\Rightarrow x=\log_5\frac{1}{15}.$$

Ats.: 1; $\log_5\frac{1}{15}$.

6 pavyzdys. Išspręskime rodiklinę lygtį

$$\left(\sqrt{8+2\sqrt{7}}\right)^x+\left(\sqrt{8-2\sqrt{7}}\right)^x=4^x. \tag{22}$$

Sprendimas. Kadangi $8+2\sqrt{7}=7+2\sqrt{7}+1=\left(\sqrt{7}+1\right)^2$ ir $8-2\sqrt{7}=7-2\sqrt{7}+1=\left(\sqrt{7}-1\right)^2$, tai

$$\left(\sqrt{8+2\sqrt{7}}\right)^x=\left(\sqrt{7}+1\right)^x\ \text{ir}\ \left(\sqrt{8-2\sqrt{7}}\right)^x=\left(\sqrt{7}-1\right)^x.$$

Todėl (22) lygtis yra ekvivalenti rodiklinei lygčiai

$$\left(\sqrt{7}+1\right)^x+\left(\sqrt{7}-1\right)^x=4^x. \tag{23}$$

Ir dabar nesimato, koks keitinys galėtų tikti šiai lygčiai išspręsti. Užtat lengviau patikrinti, kad $x=2$ yra lygties sprendinys.

Padaliję (23) lygtį iš 4^x gausime ekvivalenčią rodiklinę lygtį

$$\left(\frac{\sqrt{7}+1}{4}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{7}-1}{4}\right)^x=1. \tag{24}$$

Matome, kad abiejų laipsnių pagrindai yra intervalui (0; 1) priklausantys skaičiai, todėl suma

$$\left(\frac{\sqrt{7}+1}{4}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{7}-1}{4}\right)^x$$

yra didesnė už 1, jei $x\in(-\infty;2)$, ir mažesnė už 1, jei $x\in(2;+\infty)$.

Vadinasi, $x=2$ yra vienintelis (22) lygties sprendinys.

Ats.: 2.

PENKTOJI UŽDUOTIS

1. Išspręskite:

a) rodiklinę lygtį

$$4\cdot 3^{x+2}+5\cdot 3^{x}-7\cdot 3^{x+1}=40;$$

b) rodiklinę nelygybę

$$0<4\cdot 3^{x+2}+5\cdot 3^{x}-7\cdot 3^{x+1}<40.$$

2. Išspręskite:

a) rodiklinę lygtį

$$(0,5)^{x}+(0,25)^{x}=(0,125)^{x};$$

b) rodiklinę nelygybę

$$(0,5)^{x}+(0,25)^{x}>(0,125)^{x}.$$

3. Išspręskite rodiklinę nelygybę

$$3^{x+1}<\frac{9^{4x^2}}{\sqrt{27}}.$$

4. Raskite natūraliųjų skaičių trejetą (x; y; z), $x<y<z$, kuriam esant galioja lygybė:

a) $2^{x}+2^{y}+2^{z}=328;$

b) $2^{x}+2^{y}+2^{z}=172.$

5. Išspręskite rodiklinę lygtį

$$9^{x}-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{7}{2}}-3^{2x-1}.$$

6. Išspręskite rodiklinę lygtį

$$7\cdot 4^{x^2}-9\cdot 14^{x^2}+2\cdot 49^{x^2}=0.$$

7. Išspręskite rodiklinę nelygybę

$$5\cdot 4^{x}+2\cdot 25^{x}\geq 7\cdot 10^{x}.$$

8. Išspręskite rodiklinę nelygybę

$$98-7^{x^2+5x-48}\geq 49^{x^2+5x-49}.$$

9. Išspręskite:

a) rodiklinę lygtį

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=14;$$

b) rodiklinę nelygybę

$$\left(3+\sqrt{2}\right)^{x}+\left(3-\sqrt{2}\right)^{x}<6.$$

10. Išspręskite rodiklinę lygtį

$$3^{x-1}+5^{x-1}=34.$$

Užduoties sprendimus prašome išsiųsti iki **2024 m. spalio 25 d.** mokyklos adresu: Lietuvos jaunųjų matematikų mokykla, Matematinio švietimo centras, VU Matematikos ir informatikos fakultetas, Naugarduko g. 24, LT-03225 Vilnius. Mūsų mokyklos interneto svetainės adresas: https://mif.vu.lt/matematikos-olimpiados/ljmm/

LIETUVOS JAUN ŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLOS TARYBA