

**DVIDEŠIMT TREČIOJI RUDENINĖ KOMANDINĖ  
RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS  
TAUREI LAIMĖTI**

**Raseiniai, 2024 m. lapkričio 22 d.**

*Kiekviename uždavinyje ne tik nurodykite atsakymą, bet ir paaiškinkite, kodėl jis teisingas, o jokie kiti atsakymai, o ne tik tie pasiūlytieji yra negalimi (nebent jei uždavinio sąlygoje būtų nurodyta, kad rinktis reikia tik iš siūlomų atsakymų).*

1. Kryžkalnyje visi skaičiaus  $371^4 - 41^4$  pirminiai dalikliai buvo nustatyti greičiau, nei traukinys prašvilptų Lyduvėnų tiltu. Visi gautieji dalikliai išrežti specialioje ažuolinėje lentoje. Kiek skaičių, mažesnių nei 13, išrežta lentoje?

(A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

2. Vieną rytą Viduklėje buvo beprasidedančios įvairialypės 8 komandų varžybos. Narių skaičius komandose taip pat buvo įvairialypis, bet vidutiniškai vienoje komandoje buvo 6 nariai. Netikėtai pasirodė devintoji komanda, ir tada narių skaičiaus komandose vidurkis padidėjo nuo 6 iki 7. Kiek narių sudaro devintąją komandą?

(A) 8                      (B) 10                      (C) 15                      (D) 16                      (E) Kitas atsakymas

3. Magdalena Raseiniškė Šimkaičiuose užminė mįslę: užrašius visus triženklis skaičius, kurių kiekviena sudaro tam tikri vis tie patys trys skirtingi skaitmenys, ir du didžiausius iš tų triženklių skaičių sudėjus, gaunami metai, kai iki Raseinių pirmojo paminėjimo šaltiniuose buvo likę vos 20 metų. Šimkaičiuose tuoj prisiminta, kad toks Raseinių paminėjimo minus 20 metų jubiliejus buvo 1233-iaisiais. O kokia tada yra trijų skirtingų skaitmenų, panaudotų gaunant skaičių 1233 nurodytu būdu, suma?

(A) 7                      (B) 9                      (C) 12                      (D) 16                      (E) 18

4. Bambeklis Baltramiejus vis pabamba, kad ne kiekvienas jo kaimynas Babtuose domisi, o susidomėjęs nutuokia, kiek yra natūraliųjų penkiaženklių skaičių, kurių trys paskutiniai skaitmenys lygūs ir kurie dalijasi iš 4, bet nesidalija iš 8. Baltramiejaus mitrus anūkas Barnabėlis daugeliui jau įrodė (ir visiškai teisingai), kad tokių skaičių yra

(A) 0                      (B) 90                      (C) 100                      (D) 180                      (E) Kitas atsakymas

5. Ariogaloje skaičiams  $u$  ir  $v$  kuriam laikui priskirtos tokios reikšmės, kad  $u + v = 1$ . Tuoj pat ir Betygaloje buvo apreikšta, kad taip yra, o dar ir  $u^2 + v^2 = 2$ . Ariogaloje gi dar buvo pastebėta, kad nepakeitus šių  $u$  ir  $v$  reikšmių, taip ir liks, jog  $u^4 + v^4 =$

(A) 8                      (B) 4                      (C) 1                      (D) 3                      (E) 3,5



**DVIDEŠIMT TREČIOJI RUDENINĖ INDIVIDUALIOJI  
RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS  
TAUREI LAIMĖTI**

**Raseiniai, 2024 m. lapkričio 22 d.**

1. Magdalenos Raseiniškės anūkelis Gervazas susirado naują pramogą, kuria jis nustebino netgi visko mačiusią močiutę. Jis pareiškė imsis visus natūraliuosius skaičius nuo 1 iki 2024 ir nudažysiąs juos trimis spalvomis po du: skaičius 1 ir 2 – geltonai, 3 ir 4 – raudonai, 5 ir 6 – mėlynai, 7 ir 8 – vėl geltonai, 9 ir 10 – vėl raudonai, 11 ir 12 – vėl mėlynai, ir taip toliau iki pabaigos, iš eilės kartojant tris spalvas. Tai atlikęs, Gervazas iš visų mėlynųjų skaičių sumos atimsiąs visų geltonųjų skaičių sumą. Kokį skaičių gaus anūkelis Gervazas?

2. Gervazas su savo broliu Protazu dalyvavo bėgimo aplink Raseinius varžybose. Visi dalyviai pasiekė finišą, ir jokie du iš jų nebaigė bėgimo vienu metu. Greitesnių už Gervazą (t. y. anksčiau finišą pasiekusių) bėgikų buvo tiek pat, kiek ir lėtesnių už jį. O bėgikų, greitesnių už Protazą, buvo tris kartus daugiau nei lėtesnių. Rezultatų lentelėje Gervazą ir Protazą skiria 10 bėgikų. Kiek iš viso bėgikų apibėgo Raseinius?

3. Magdalena Babtiškė (kurios nederėtų painioti su Raseiniške) kartą susapnavo statųjį trikampį, kurio įžambinės ilgis lygus 13 cm. Po to ji matematiškai teisingai susapnavo, kaip šio trikampio statiniai pailgėja kiekvienas 3 cm, o įžambinė pailgėja 4 cm, bet trikampis taip ir lieka statusis. Nors sapne ši Magdalena daugiau nieko nespėjo pastebėti, bet pabudusi kaipmat apskaičiavo pradinio trikampio plotą ir pelnę savo Raseiniškės bendravardės pagyrimą. Koks gi yra šis plotas?

4. Žiloje senovėje Raseinių krašte pasirodė Kuršo piratai, atsitempę su savimi 1000 aukso monetų lobį. Juos šiltai priėmė Valdonė Raseiniškė, kurios akivaizdoje ant didelio stalo visos monetos buvo išdėliotos krūvelėmis. Valdonė pastebėjo, kad kai kurias krūveles apjungiant, galima būtų gauti tiek aštuonias krūveles po 125 monetas, tiek penkias krūveles po 200 monetų. Tačiau užuot taip monetas dėliojusi, Valdonė tiesiog vieną krūvelę pasiėmė sau. Toje krūvelėje monetų buvo ne daugiau nei bet kurioje iš likusių krūvelių. Kiek daugiausiai monetų galėjo būti toje krūvelėje?

5. Tytuvėnuose apsilankė tarptautinio devynlangių lentelių klubo prezidentė Noneta. Gyventojų apžiūrai ji pateikė  $3 \times 3$  lentelę, parodytą dešinėje, ir paskelbė, kad tik ji viena žinanti, kokiais skaičiais galima pakeisti raides, kad visose eilutėse ir stulpeliuose trijų skaičių sandaugos būtų lygios 1, o visuose keturiuose  $2 \times 2$  kvadratuose keturių skaičių sandaugos būtų lygios 2. Nepaisant šio išdidaus pareiškimo, nuo to laiko visi Tytuvėnai žino, kaip šią lentelę galima ir kaip negalima užpildyti. Nustatykite visus galimus tokios lentelės užpildymus skaičiais ir įrodykite, kad kitų nėra.

$a_1$	$a_2$	$a_3$
$b_1$	$b_2$	$b_3$
$c_1$	$c_2$	$c_3$