

**ALYTAUS APSKRITIES XXIV KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Druskininkai, 2024 m. gruodžio 14 d.

Uždavinių sąlygos

1. Ūkininkas pirkė žąsį, o po kurio laiko ją pardavė už 24 eurus. Parduodamas jis prarado tiek procentų, kiek eurų jam kainavo žąsį. Už kiek eurų ūkininkas pirkė žąsį?
2. Vietoje žvaigždžių įrašykite skaitmenis taip, kad gautute teisingą daugybos veiksmą:

$$\begin{array}{r} 45 \\ ** \\ * 0 \\ \hline ** 0 \\ 2 * * * \end{array}$$

3. Kiekviename stačiakampės 3×4 lentelės langelyje įrašytas natūralusis skaičius taip, kad visi skaičiai skirtingi, visų eilučių skaičių sumos yra vienodos, visų stulpelių skaičių sumos yra vienodos. Kokia gali būti mažiausia visų lentelėje užrašytų skaičių suma?
4. Su kuria a reikšme lygtys $x^3 + ax + 1 = 0$ ir $x^4 + ax^2 + 1 = 0$ turi bent po vieną tą patį sprendinį?
5. Kiekviename languotos lentelės 11×11 langelyje padėta po šaškę. Dviese žaidžia žaidimą paeiliui darydami ėjimus, o kiekvienu ėjimu galima nuimti bet kurį skaičių greta esančių šaškių iš bet kurio stulpelio ar iš bet kurios eilutės. Laimi tas, kuris paima paskutinę šaškę. Ar gali pradėjęs žaidimą žaidėjas laimėti, nepriklausomai nuo to, kaip žais antrasis žaidėjas? Jei gali, tai paaiškinkite, kaip jis turi žaisti.
6. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \frac{xy}{3x + 2y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{xy}{2x + 3y} = \frac{1}{7}. \end{cases}$$

7. Yra žinoma, kad skaičius 100 turi lygiai 9 teigiamus daliklius. O koks yra didžiausias triženklis natūralusis skaičius, kurio teigiamų daliklių skaičius yra nelyginis?
8. Skaičius $a = (2^{2024} - 1)^4 - 1$ dalijasi iš 2^k . Kokia yra didžiausia galima natūralioji skaičiaus k reikšmė?
9. Trikampio ABC kampas A lygus 120° , kraštinėje BC yra taškas D , kad $BD = 15$, $CD = 5$, o $\angle ADB = 60^\circ$. Raskite kraštinės AC ilgį.
10. Trikampio ABC kraštinių ilgiai $AC = 11$, $BC = 17$, iš viršūnės A nubrėžtas statmuo į kampo C pusiaukampinę kerta ją taške D , taškas M yra kraštinės AB vidurio taškas. Raskite atkarpos MD ilgį.