

**XXIV RASEINIŲ KRAŠTO JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Prezidento Jono Žemaičio gimnazija, Raseiniai, 2025 m. lapkričio 28 d.

Komandinės varžybos

Kiekviename uždavinyje ne tik nurodykite atsakymą, bet ir pagrįskite, kodėl jis teisingas, o jokie kiti atsakymai, ne tik tie pasiūlytieji, yra negalimi.

1. Magdalenos Raseiniškės anūkas Gervazas labai išreklamavo visus skaičius, kurie yra vienu metu ir pirminiai, ir vienaženkliai. Tada Ariogaloje susidomėta tais natūraliaisiais skaičiais, kurie dalijasi iš visų Gervazo apskelbtųjų skaičių, o Betygaloje – tais, kurių joks skaitmuo nėra vienas iš Gervazo apskelbtųjų skaičių. Kokiu skaitmeniu prasideda mažiausias skaičius, kuris sudomintų tiek Ariogalą, tiek Betygalą?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 1

2. Nikodemus iš Tytuvėnų, Oresta iš Šiluvos ir Skirmantė iš Skirsnemunės iš viso turi 30 jiems visiems artimiausiu metu skaitytinų knygų. Jie dalijasi jomis, siųsdami vieni kitiems. Pirmuoju siuntimu Nikodemus išsiuntė penkias knygas Orestai, Oresta keturias knygas Skirmantei, o Skirmantė dvi knygas Nikodemui. Tada visi turėjo po lygiai tų skaitytinų knygų. Keliomis skaitytinomis knygomis daugiau pradžioje turėjo tas ar ta iš trijų draugų, kas jų turėjo daugiausiai, už tą, kas turėjo mažiausiai?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) Kitas atsakymas

3. Magdalena Raseiniškė sugalvojo dviženklį natūralųjį skaičių. Savo mokiniams – Girkalnio Giriui, Žai-ginio Žygiui ir Kryžkalnio Krizui – ji papasakojo, kad netoli nuo Nemakščių esąs toks Skirtino akmuo, kuris vidurnaktį į klausimą atsiliepiąs dviem atsakymais, iš kurių bent vienas būnas teisingas. Magda-lenos mokiniai po vieną nuėjo prie akmens ir paklausė apie jos sugalvotą skaičių. Giriui akmuo atsakė: „Skaitmeniu 5 jis baigiasi. Iš 7 jis dalijasi.“ O Žygiui: „Už 20 jis didesnis. Skaitmeniu 9 jis baigiasi.“ Krizui: „Iš 12 jis dalijasi. Už 21 jis mažesnis.“ Kokiu skaitmeniu iš tikrųjų baigiasi tasai skaičius?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) Tokių skaitmenų yra bent du

4. Nikodemus iš Tytuvėnų visada atvykdavo Šiluvon su 6 mediniais skaitmenimis, iš jų sudėliodavo šešiaženklį natūralųjį skaičių ir klausinėjo šiluviškių, kaip šį skaičių patrigubinti, be šių skaitmenų nieko daugiau neturint. Tai tęsėsi, kol nepasirodė šiluviškė Oresta. Nikodemo skaičiuje ji pirmąjį skaitmenį 2 permetė į skaičiaus galą, ir skaičius kaipmat padidėjo 3 kartus. Kokia gali būti Nikodemo vežiotų 6 skaitmenų suma?

- A) 16 B) 25 C) 36 D) 32 E) 27

5. Kartą Oresta iš Šiluvos nusipirko knygų. Kai kurių iš jų masės galėjo būti lygios, kai kurių skirtingos, bet knygas buvo įmanoma padalyti tiek į 5 vienodos masės krūvas, tiek į 6 vienodos masės krūvas (krūvoje turi būti bent viena knyga, krūvose jų nebūtinai po tiek pat). Kiek mažiausiai knygų nusipirko Oresta?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

6. Pasirinkus bet koki natūralųjį skaičių n , kurio visi skaitmenys nenuliniai ir ne visi yra vienodi, Kalnujuose visada atsiranda, kas sudarytų visus skirtingus skaičius (įskaitant patį skaičių n), gaunamus rikiuojant skaičiaus n skaitmenis bet kokia tvarka, ir visus taip sudarytus skaičius sudėtų, randant sumą S_n . Kartą taip gauta suma $S_N = 1221$. Kokia yra skaičiaus N skaitmens, už kurį kiti ne didesni, mažiausia galima reikšmė?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) Kitas atsakymas

7. Raseinių krašto matematinio sporto būrelis, nesibodėdamas ir kitų sporto krypčių, surengė keturių komandų draugiškas futbolo varžybas. Kiekviena komanda po vieną kartą sužaidė su kiekviena kita, taigi iš viso buvo sužaistos 6 rungtynės. Po kiekvienų savo sužaistų rungtynių komanda gauna arba 3 taškus už pergalę, arba 1 tašką už lygiąsias, arba 0 taškų už pralaimėjimą. Sudarius rezultatų lentelę, paaiškėjo, kad viena komanda, būrelyje treniruota pačios Magdalenos Raseiniškės, surinko daugiau taškų už kiekvieną iš likusių trijų. Kiek mažiausiai taškų galėjo surinkti ši komanda?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. Paėmęs keturis skirtingus nelyginius skaitmenis, Protazas iš jų netyčia sudarė skaičių $n = \overline{ABCD}$, besidalijantį iš A , B , C ir D . Po to jau visai tyčia jis sugalvojo visus tokius skaičius n . Kiek jų yra?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. Viduklėje kažin kas užsigeidė sužinoti, kokių trikampių esama, kurių plotas būtų 150, o perimetras 60. Tuo pat buvo mostelta drąsi replika, kad jei trikampis dar ir statusis, tai nedaug tereikia veiksmų atlikti, jo įžambinės ilgio beieškant. Kokia gi turi būti tokio stačiojo trikampio įžambinės ilgio skaitmenų suma?

- A) 7 B) 5 C) 10 D) 8 E) Galimų atsakymų yra bent du

10. Nikodemus, Oresta ir Skirmantė užėjo į knygyną, norėdami nusipirkti po tokią pačią knygą, bet nepasiėmę daug pinigų. Deja, Nikodemui pritrūko trečdaliao knygos kainos, kad galėtų ją sau nusipirkti. Orestai panašiai pritrūko ketvirtadalio kainos, o Skirmantei – penktadalio. Jiems dar esant knygyne, knygai buvo pritaikyta 9,40 Eur nuolaida. Tada draugai, sumetę pinigus krūvon, sugebėjo nusipirkti tris tokias knygas, išleidę visus turėtus pinigus. Kiek kainavo knyga be nuolaidos?

- A) 30 Eur B) 40 Eur C) 24 Eur D) 36 Eur E) Kitas atsakymas

XXIV RASEINIŲ KRAŠTO JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI

Prezidento Jono Žemaičio gimnazija, Raseiniai, 2025 m. lapkričio 28 d.

Individualiosios varžybos

Kiekviename uždavinyje ne tik nurodykite atsakymą, bet ir pagrįskite, kodėl jis ir tik jis yra teisingas.

1. Magdalenos Raseiniškės anūkas Gervazas labai išreklamavo visus skaičius, kurie yra vienu metu ir pirminiai, ir vienaženkliai. Tada Ariogaloje susidomėta tais natūraliaisiais skaičiais, kurie dalijasi iš visų Gervazo apskelbtųjų skaičių, o Betygaloje – tais, kurių joks skaitmuo nėra vienas iš Gervazo apskelbtųjų skaičių. Koks yra mažiausias skaičius, kuris sudomintų tiek Ariogalą, tiek Betygalą?

2. Magdalena Raseiniškė sugalvojo dviženklį natūralųjį skaičių. Savo mokiniams – Girkalnio Giriui, Žai-ginio Žygiui ir Kryžkalnio Krizui – ji papasakojo, kad netoli nuo Nemakščių esąs toks Skirtino akmuo, kuris vidurnaktį į klausimą atsiliepiąs dviem atsakymais, iš kurių bent vienas būnųs teisingas. Magda-lenos mokiniai po vieną nuėjo prie akmens ir paklausė apie jos sugalvotą skaičių. Giriui akmuo atsakė: „Skaitmeniu 5 jis baigiasi. Iš 7 jis dalijasi.“ O Žygiui: „Už 20 jis didesnis. Skaitmeniu 9 jis baigiasi.“ Krizui: „Iš 12 jis dalijasi. Už 21 jis mažesnis.“ Mokiniai kartu greitai suprato, kad žinių apie skaičių jiems pakanka, kad jį nustatytų. Koks tai skaičius ir kodėl jis vienintelis toks tegalėtų būti?

3. Raseinių krašto matematinio sporto būrelis, nesibodėdamas ir kitų sporto krypčių, surengė keturių komandų draugiškas futbolo varžybas. Kiekviena komanda po vieną kartą sužaidė su kiekviena kita, taigi iš viso buvo sužaistos 6 rungtynės. Po kiekvienų savo sužaistų rungtynių komanda gauna arba 3 taškus už pergalę, arba 1 tašką už lygiąsias, arba 0 taškų už pralaimėjimą. Sudarius rezultatų lentelę, paaiškėjo, kad viena komanda, būrelyje treniruota pačios Magdalenos Raseiniškės, surinko daugiau taškų už kiekvieną iš likusių trijų. Kiek mažiausiai taškų galėjo surinkti ši komanda?

4. Viduklėje kažin kas užsigeidė sužinoti, kokių trikampių esama, kurių plotas būtų 150, o perimetras 60. Tuo pat buvo mostelta drąsi replika, kad jei trikampis dar ir statusis, tai nedaug tereikia veiksmų atlikti, jo įžambinės ilgio beieškant. Koks gi turi būti tokio stačiojo trikampio įžambinės ilgis?

5. Gervazas lentoje užrašė skaičius 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Jo brolis Protazas atlieka ėjimus, kiekvieno ėjimo metu laisvai pasirinkdamas 5 iš tuo metu užrašytų skaičių, juos padidindamas vienetu, likusius 5 skaičius sumažindamas vienetu, o tada 10 gautųjų rezultatų **kokia nori tvarka** užrašydamas lentoje **vietoj** buvusių 10 skaičių. Protazas siekia, kad lentoje užrašyti skaičiai atrodytų taip:

$$a, a, a, b, b, b, c, c, c, c,$$

t. y. pirmieji trys skaičiai būtų lygūs, kiti trys skaičiai būtų lygūs ir paskutiniai keturi skaičiai būtų lygūs. Protazas tiki, kad tai gali pavykti, o Gervazas mano, kad tai neįmanoma. Nustatykite, kuris brolis teisis.